T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI

MAKİNE TEKNOLOJİSİ

KUVVET SİSTEMLERİ
521MMI660

Ankara, 2012

- Bu modül, mesleki ve teknik eğitim okul/kurumlarında uygulanan Çerçeve Öğretim Programlarında yer alan yeterlikleri kazandırmaya yönelik olarak öğrencilere rehberlik etmek amacıyla hazırlanmış bireysel öğrenme materyalidir.
- Millî Eğitim Bakanlığınca ücretsiz olarak verilmiştir.
- PARA İLE SATILMAZ.

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR iii
GİRİŞ 1
ÖĞRENME FAALİYETİ-1 2
1. Genel kavram ve tanımlar 2
1.1. Mekaniğin tanımı ve önemi 2
1.2. Mekaniğin Uygulama Alanları 2
1.3. Mekaniğin Bölümleri 3
1.3.1. Sıvıların Mekaniği (Hidrostatik) 3
1.3.2. Gazların Mekaniği (Aerodinamik) 4
1.3.3. Katıların Mekaniği 4
1.4. Birim Sistemleri 7
1.4.1. Temel Birimler 7
1.4.2. Türev Birim Sistemi 8
UYGULAMA FAALİYETİ 10
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 12
ÖĞRENME FAALİYETİ-2 13
2. KUVVETLER SİSTEMİ 13
2.1. Kuvvetin Tanımı 13
2.2. Kuvvetin Elemanları ve Vektörleri 14
2.2.1. Kuvvetin Elemanları 14
2.2.2. Şiddeti 14
2.2.3. Doğrultusu 14
2.2.4. Yönü 14
2.2.5. Tatbik Noktası 14
2.3. Kuvvet Birimleri 14
2.4. Kuvvetlerin Sınıflandırılması 16
2.4.1. Uzaydaki Kuvvetler 16
2.4.2. Düzlemdeki Kuvvetler 16
UYGULAMA FAALİYETİ 19
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 20
ÖĞRENME FAALİYETİ-3 21
3. KUVVETLERİN BİRLEŞTİRİLMESİ VE BİLEŞKE KUVVETİNİN BULUNMASI 21
3.1. Bileşke Kuvvetinin Tanımı 21
3.2. Kesişen Kuvvetlerin Bileşkelerinin Analitik ve Grafik Olarak incelenmesi 22
3.2.1. Analitik Metot 22
3.2.1. Dar Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi 23
3.2.2. Dik Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi 24
3.2.3. Geniş Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi 24
3.3. İkiden Fazla Sayıdaki Kuvvetlerin Bileşkesini Grafik ve Analitik Hesaplamalarla Bulmak 25
3.3.1. Grafik Metodu 26
UYGULAMA FAALİYETLERİ 28
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 30
ÖĞRENME FAALİYETİ-4 31
4. KUVVETLERİN AYRIŞTIRILMASI VE BİLEŞENLERİNİN BULUNMASI 31
4.1. Bileşen Kuvvetlerin Tanımı 31

4.2. Grafik Metotla Bileşenleri Bulmak 32
4.3. Analitik Metotla Bileşenlerini Bulma 33
4.3.1. Sinüs (Lami) Teoremi 34
4.3.2. İzdüşüm Yöntemine Göre 35
UYGULAMA FAALİYETLERİ 36
ÖLÇME DEĞERLENDİRME 42
5. MOMENT VE MESNET TEPKİLER 43
5.1. Momentin Tanımı 43
5.2. Noktaya Göre Moment Alma 44
5.3. Denge Sistemlerine Göre Moment Hesaplama 46
5.4. Mesnetlerde Oluşan Kuvvetler ve Yönleri 47
5.4.1. Mafsallı Mesnetler 48
5.4.2. Hareketli mesnetler 48
5.4.3. Ankastre mesnetler 48
5.5. Moment Uygulamaları 49
5.5.1. Dolaylı yüklere göre 49
5.5.2. Açılı yüklere göre moment: 49
UYGULAMA FALİYETLERİ 51
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 56
ÖĞRENME FAALİYETİ-6 58
6. AĞIRLIK MERKEZİ 58
6.1. Ağırlık Merkezinin Tanımı 58
6.2. Ağırlık Merkezini Bulmak 59
6.2.1. Analitik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak 59
6.2.2. Grafik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak 59
6.3. Yüzeylerin Ağırlık Merkezinin Bulunması 60
6.3.1. Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak 60
6.3.2. İçi Boş Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak 60
6.3.3. Üst Üste Katlanmış Yüzeylerin Ağırlık merkezini Bulmak 61
6.3.4. Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak 61
UYGULAMA FAALİYETLERİ 64
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME 68
MODÜL DEĞERLENDİRME 70
CEVAP ANAHTARLARI 72
KAYNAKÇA 74

AÇIKLAMALAR

KOD	**521MMI660**
ALAN	**Makine Teknolojisi**
DAL/MESLEK	**Makine Teknolojisi Alanı Tüm Dallar**
MODÜLÜN ADI	**Kuvvet Sistemleri**
MODÜLÜN TANIMI	Makine parçaları imalatında parçaların çalışacakları konumlarda karşılaşabilecekleri hareket ve kuvvet sistemlerinin analizini içeren öğrenme materyalidir**.**
SÜRE	40/24
ÖN KOŞUL	**Bu modülün ön koşulu yoktur.**
YETERLİK	Kuvvetlerle ilgili hesapları yapmak
MODÜLÜN AMACI	**Genel Amaç** Bu modül ile gerekli ortam ve araç gereçler sağlandığında makine parçalarında kuvvet analizi, moment, ağırlık merkezi hesaplarını yapabileceksiniz. **Amaçlar** 1. Kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz. 2. Kuvvetlerin bileşenlerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz. 3. Moment ve mesnet hesaplarını yapabileceksiniz. 4. Cisimleri ağırlık merkezlerini bulma ile ilgi hesapları yapabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	**Ortam:** Sınıf, Makine atölyesi, **Donanım:** Bilgisayar, projeksiyon, çizim takımları.
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Modül içinde yer alan her öğrenme faaliyetinden sonra verilen ölçme araçları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Öğretmen modül sonunda ölçme aracı (çoktan seçmeli test, doğru-yanlış testi, boşluk doldurma vb.) kullanarak modül uygulamaları ile kazandığınız bilgi ve becerileri ölçerek sizi değerlendirecektir.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Mekanik Fizik bilimlerinin en eskisidir. Kaldıraçları ve suyun kaldırma kuvvetini kapsayan tarihteki ilk yazılı mekanik prensipler Arşimete M.Ö. 287-M.Ö. 212 aittir. Kendisinden sonra gelen ibn-i Heysem, ibn-i Sina, ibn Bacce gibi müslüman bilim adamları ile Galilei, Kepler, Leonardo da Vinci, Varignon, D Alembert, Stevinus, Newton, Lagrange gibi batılı bilim adamlarının çalışmaları sayesinde Mekanik bugünkü seviyesine gelmiştir.

İnsan yaşantısında dün olduğu gibi bugün de mekanik biliminin yeri büyüktür. Suyun akışından tutun da, insanın yaşamını kolaylaştırmak için tasarlanan uçağın uçuşuna, makinelerin çalışmasına kadar tabiattaki bütün hareketler mekanik prensiplerine göre gerçekleşir. başta Makine olmak üzere mühendisliğin tüm uygulamalarında, mekanik bilimi ve prensipleri büyük öneme sahiptir ve bu sahalarda çalışanlar tarafından özümsenmesi gerekir.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Makine parçalarında kuvvet analizi, moment, ağırlık merkezi hesaplarını yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

Bu faaliyet öncesinde yapmanız gereken araştırmalar şunlardır:

- Mekanik biliminin kullanıldığı alanları araştırarak sınıfta sunum yapınız.
- Makine Teknolojisi alanında mekanik biliminin kullanım alanıyla ilgili araştırma yaparak bunu modelleyiniz.

1. GENEL KAVRAM VE TANIMLAR

1.1. Mekaniğin tanımı ve önemi

Mekanik, cisimlere etki eden kuvvet sistemlerini ve bu sistemlerin cisimde oluşturdukları hareketleri grafik ve analitik olarak inceleyen bir bilimdir diye tanımlanabilir.

Mekanik, fizik bilimlerinin en eskisidir. Kaldıraçları ve suyun kaldırma kuvvetini kapsayan tarihteki ilk yazılı mekanik prensipler Arşimet'e (M.Ö. 287-M.Ö. 212) aittir. Makara, eğik düzlem ve somun anahtarı ile ilgili çalışmalar da antik metinlere kaydedilmiştir. Bu dönemde mekanik bina inşaatı gereksinimlerini karşılamakla sınırlıydı. Arşimet'ten sonra gelen İbn-i Heysem, İbn-i Sina, İbn Bacce gibi Müslüman bilim adamları ile Galilei, Kepler, Leonardo da Vinci, Varignon, d'Alembert, Stevinus, Newton, Lagrange gibi batılı bilim adamlarının çalışmaları sayesinde mekanik bugünkü seviyesine gelmiştir.

İnsan yaşantısında dün olduğu gibi bugün de mekanik biliminin yeri büyüktür. Suyun akışından tutun da, insanın yaşamını kolaylaştırmak için tasarlanan uçağın uçuşuna, makinelerin çalışmasına kadar tabiattaki bütün hareketler mekanik prensiplerine göre gerçekleşir. Başta Makine olmak üzere mühendisliğin tüm uygulamalarında, mekanik bilimi ve prensipleri büyük öneme sahiptir.

1.2. Mekaniğin Uygulama Alanları

İnsan yaşantısında mekanik bilgilerinin yeri büyüktür. Bir kapının açılması, vidanın sıkılması, suyun akışı, uçağın uçuşu, otomobilin hareket edebilmesi, insanların her türlü hareketi, makinelerin çalışmaları ve daha sayılabilecek pek çok şey mekanik prensiplerine

uyar. Bir kaldıraçtan, zaman ölçmekte kullanılan saate ve en gelişmiş uzay araçlarına kadar her yerde mekanik bilgileri gereklidir. Özellikle teknik öğretim görenlerin yaşantılarının önemli bir bölümü mekanik sistemlerle uğraşmak olacaktır. Bu bakımdan, bütün bilim dallarında olduğu gibi, mekanikte de bilgilerin belli kurallara göre düzenlenmesi ve bölümlenmesi zorunludur. Düzenlenmiş kuralların anlamayı ve yaşantıyı kolaylaştıracağı gerçektir.

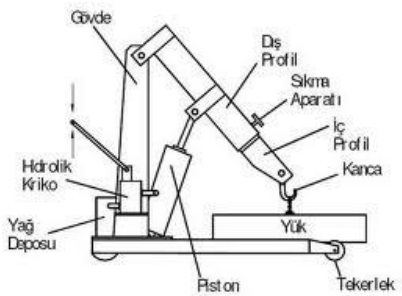
Resim 1.1: Hızlı trenin hareketi

Bu alanda çalışan bilim adamları yaptıkları uzun ve hassas çalışmalarla, cisimlerdeki hareketleri birtakım prensiplere bağlamışlardır. Mekanik problemleri ile uğraşan ve bugünkü endüstriyel gelişmelerin temelini oluşturan prensiplerin sahiplerinden, konumuzla ilgili olanların başlıcaları; Aristetle (Aristo), Archlmedes (Arşimet), Newton (Nivton), Pascal (Paskal), Gallleo (Galile),Hooke (Huk), Euler (OyIer)adlarındaki bilim adamlarıdır.

1.3. Mekaniğin Bölümleri

1.3.1. Sıvıların Mekaniği (Hidrostatik)

Hidrostatik hareketsiz sıvıların denge şartlarını inceler. Sıvılar, bulundukları kabın tabanına bir basınç uygular. Ayrıca sıvılar, akıcı özelliği olan ve bulundukları kabın şeklini alan maddelerdir. Pascal(Paskal) prensibi uyarınca, üzerlerine uygulanan basıncı dokundukları yüzeylere aynen iletirler. Bunun sonucunda; küçük bir kuvvet ile büyük bir alanda, büyük bir kuvvet meydana gelir Makinecilikte, basınçlı sıvıların sahip oldukları enerjiden faydalanarak çeşitli hareketler üretmek için kurulan sisteme Hidrolik sistem denir.

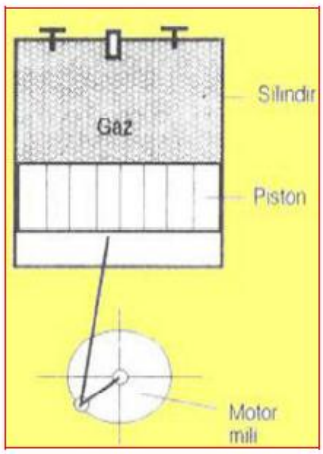


Şekil 1.1 Hidrolik Prensipler doğrultunda çalışan bir vinç

Sıvılar, akışkan maddeler olup basınçları olduğu gibi iletirler. Bu nedenle bir sıvı madde, etki ettiği yüzey alanı ile doğru orantılı olarak kuvvet iletir. Şekil 1,1'de görüldüğü gibi hidrolik krikonun sağladığı basınç, sıvı tarafından büyük pistona iletilir ve büyük bir kuvvete dönüşür. Bu özelliğinden dolayı sıvılar; preslerde, kaldırma makinelerinde, pompalarda, hidrolik santralarda vb. basınç ve kuvvet üretimi için kullanılır.

1.3.2. Gazların Mekaniği (Aerodinamik)

Aerodinamik: Hava ya da gaz halindeki bütün akışkanların hareketlerini inceler. Örneğin; uçakların uçuş veriminin artırılması için, kanat1ara verilecek biçimler bu dal ile hesaplanır. Kanatlarının ve bazı bölümlerinin oval bir biçimde yapılması gibi. Gazlar ısı etkisi ile hacim ve basınç değişimi sağlayabilen akıcı ve uçucu maddelerdir. Isıl etkisi ile genleşen bir gaz, Resim 1.2' de görüldüğü gibi silindir ve piston sisteminde motorun çalışmasını sağlar.



Resim 1.2: Pnömatik sistem

Gazların mekaniği, gaz maddenin hacim, sıcaklık ve basınç değişimine göre oluşturduğu kuvvetlerin sonuçlarını inceler.

1.3.3. Katıların Mekaniği

Kuvvetler etkisi altındaki herhangi bir cisim bütün durumlarda geometrik şekil ve ölçülerini aynen koruyorsa yani bir şekil değişimi ortaya çıkmıyorsa böyle cisimlere "Katı Cisim" denir.

Bununla beraber, hiçbir cisim bu özelliği tam olarak göstermez. Her cisim kuvvet etkisiyle bir miktar şekil değiştirir. Ancak kuvvetin büyüklüğüne ve cismin ölçülerine göre, şekil değişim miktarı önemsenmeyecek kadar küçükse böyle cisimler katı cisim kabul edilebilir. Örneğin, çelik atomları birbirine çok kuvvetli şekilde bağlanmışlardır. Dolayısıyla çelik, kolayca şekil değiştirmez. Bu özelliğinden dolayı birçok makine elemanın malzemesinde çeliği görürüz.

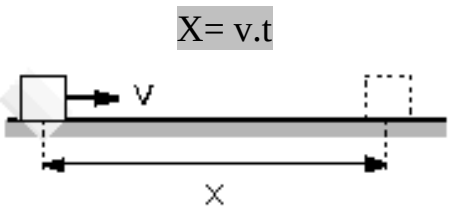
1.3.3.1. Statik

Statik, kuvvetlerle etkilenen cisimlerin denge durumlarını inceler. Mekaniğin çok eski bir kolu olan statiğin ilk prensipleri eski Mısır ve Babil' de piramitler ve tapınakların yapılmasında kullanılmıştır. İlk yazılı statik prensipleri Arşimet (M. Ö. 287–212) tarafından çubuklara etki eden kuvvetlerin denge durumları için saptanmış ve günümüze kadar gelmiştir. Statik esas gelişmesini 17. yüzyılda Stevinus, Varignon ve Newton gibi bilim adamları önderliğiyle yapmıştır.

Genellikle, bütün cisimlerin katı cisim olarak kabul edilemeyeceğini daha önce belirtmiştik. Kuvvetlerle yüklenen cisimlerde az veya çok bir şekil değiştirme meydana gelir. Bu şekil değişimi çok azsa önemsenmeyebilir ve sistemin denge durumu hiç şekil değişmesi olmamış gibi düşünülerek incelenebilir. Statikte cisimler üzerinde, kuvvetler etkisiyle meydana gelecek şekil değişikliklerini hiçbir şekilde göz önüne almayacak ve cismi kuvvetler sisteminin etkisi altında tam katı olarak kabul edeceğiz. Cisim üzerinde meydana gelen şekil değişikliklerini incelemek daha çok cisimlerin dayanımı konularına girer. Dayanım bilgisinde, cismin molekülleri veya kristallerinin, kuvvet etkisiyle, bağıl hareketleri göz önüne alınır. Bu tür hareket cisimde şekil değişimini oluşturur.

1.3.3.2. Sinematik

Fiziğin bir konusu olan sinematik (çok defa kinematik olarak da söylenir) cisimlerin hareketlerini inceleyen bir ilimdir. Sinematikte katı cisimlerin hareketlerini, hareket sebeplerini göz önüne almadan yol(x), zaman(t), hız (v)ve ivme(a) arasındaki bağıntıları inceler.



Şekil 1.2: Düzgün hareket

Statikle kıyaslanacak olursa, sinematik oldukça yeni bir konudur. Hareketlere ait ilk prensipler, bilimsel olarak Galile tarafından saptanmıştır (1564 – 1642). Milattan önce 2000 yıllarında Aristotle tarafından belirlenen, tabii filozofinin, Galile çağlarında bile hiç hata yapmaz olduğu kabul ediliyordu. Deneysel hiçbir özellik göstermeyen tabii filozofiye ait prensipleri, Galile daha 26 yaşındayken kabul etmemeye başladı. Örneğin: "Değişik ağırlıktaki iki cisim aynı yükseklikten bırakılacak olursa farklı zamanlarda yere düşerler" tezini kabul etmedi. Piza kulesinden kitleleri oldukça farklı iki taşı aynı yükseklikten ve aynı anda bırakarak kütle ile düşme zamanını arasında bir bağıntı olmadığını gösterdi.

Galile eğik düzlem üzerinde cisimleri kaydırarak yaptığı deneylerle kuvvet ve ivme arasında bir çeşit bağıntı olduğu sonucuna varmıştı. Fakat zamanın ölçülmesi için istenilen nitelikte saatin yapılmamış olması dolayısıyla deneysel açıklama yapamamıştır. Ancak

sınırlı açıklama yapabilmiştir. Daha sonraları, İngiliz bilgini Newton tarafından kuvvet ve ivme arasındaki bağıntılar analitik ve deneysel olarak incelenmiş ve bazı prensiplere bağlanmıştır. Bugün "Newton prensipleri" olarak tanınmaktadır.

Sinematiğin amacı, hareketlerin grafik ve analitik olarak incelenmesini yapmaktır. Hareketin durumuna göre, inceleme yöntemi grafik veya analitik olarak saptanır. Endüstriyel sinematik problemleri çoğunlukla grafik metotla çözümlenir. Nedeni, geniş matematik bilgisine gerek göstermemesi ve grafik çözümle elde edilen sonuçların yeter derecede hassas olmasıdır. Bu konuda, sinematik bilgileri basitleştirilerek işlenmiştir. Ancak, bu seviyede hareketlerin tanınıp incelenebilmesi için yeterli bilgi verilmiştir. Sinematik, hareketlerin geometrisidir. Maddesel bir noktanın hareketini, kuvvetin etkisini göz önüne almadan inceler. Aslında, sinematik yol, hız ve ivme arasında gerekli bağıntıları inceleme demektir.
Örnek: Düzgün doğrusal hareket yapan bir otomobil 300 km yolu 4 saatte almaktadır.
Hızını; km/h ve m/s cinsinden bulunuz?

$$V = \frac{X}{t} = \frac{300}{4} = 75\ km/sa$$

1.3.3.3. Dinamik

Statikte katı cisimleri denge halinde düşünüp bunlara etki eden kuvvet sistemlerini, kinematikte cisimlerin hareketlerini, ağırlıkları ve üzerlerine etki yapan kuvvetleri göz önüne almadan inceler. Dinamikte ise kuvvetlerle etkilenen cisimlerin hareketini ve bununla ilgili olay ve kanunları inceler.

Statiğin oldukça eski bir tarihi olmasına karşın dinamik epeyce yeni bir konudur. Başlangıcı Galile zamanına kadar gider. Genellikle 16. yüzyılın ikinci yarısı dinamiğin doğuş yıllarıdır. Dinamiğin bu kadar geç gelişmesine sebep, deneysel fiziğin henüz bilimsel alanda yer almamış olmasıdır. Dinamik olayların deneysel incelenebilmesi için, kuvvet uzunluk ve zamanın hassas olarak ölçülebilmesi gerekir. Kuvvet ve uzunluk ölçülmesi oldukça basit olduğu için tarihin ilk çağlarında bulunup geliştirilmiştir. Zamanın ölçülmesi ise ancak 17. yüzyılın ortalarında gerekli nitelikte olabilmiştir. Dolayısıyla ufak zaman aralıklarının ölçülmeğe başlamasıyla dinamik gelişme ortamı bulmuştur.

Dinamikte, bir cismin veya herhangi bir sistemin uygulanan kuvvetlerle ne tür bir hareket yapıldığı veya yapacağı, istenilen hareketin sağlanabilmesi için uygulanması zorunlu kuvvet sisteminin karakterinin ne olması gerektiğini araştırılır.

Bir cismin durağan bir halden hareketli hale geçmesi veya hareket durumunu değiştirmesi için o cisme dıştan bir kuvvetin etki yapması gerekir. Bir kuvvetin herhangi bir cismi etkilemesi ile meydana gelen hareket, kuvvetin büyüklüğü, doğrultusu, yönü ve tatbik noktası gibi esas karakteristikleri ile cismin maddesel özelliğine bağlıdır. Bir kuvvet değişik özelliklerdeki cisimleri etkilediği zaman bunların her birinde başka bir hareket meydana getirdiği gibi, aynı cismi etkileyen değişik kuvvetler de bu cisimde değişik hareketler oluşturur. Bununla beraber Galile yaptığı deneylerle, Newton'a ait olduğu söylenilen bu prensiplerden ilk iki tanesini bulmuştur. Bununla beraber, bulguları Newton formüle etmiş ve astronomik öngörüleri bu prensiplere dayamakla dinamiğe esaslı bir başlangıç yapmıştır.

Newton kanunları, yıldızların, hareketlerini inceledikten sonra saptamıştır. Dolayısıyla, kanunlar yalnız maddesel noktalar için uygulanabilir. Cismin bütün noktalarını aynı hız ve ivmeye sahip oldukları kabul edildiğinden, Newton kanunları direkt olarak cisimlerin hareketlerine uygulanamazlar. Bununla beraber cisimlerin kümeleşmiş maddesel noktalardan meydana geldiği düşünülerek, bu kanunlar cisimler içinde genişletilebilir.

1.4. Birim Sistemleri

Var olan her şeyin sayısı, büyüklüğü ve benzeri özellikleri aynı cinsten seçilen değişmez büyüklükteki bir parçayla kıyaslanarak söylenir. İşte, bu kıyasa temel teşkil eden, daha evvelce tanım ve kabul edilmiş değişmez değerlere birim adı verilir. Genel mekanikte birimlerinin ayrı ayrı veya bileştirilmesi ile meydana gelir. Birimler iki temel sistemde toplanmışlardı. Temel birimler olan uzunluk, kütle ve zaman'ın kat ve askatları kullanılarak iki gurupta toplanır.

1.4.1. Temel Birimler

Birimler iki temel sistemde toplanmışlardır.

- Mutlak birim sistemi: Önceleri fizikte kullanılan bu sistem, birimlerde birliktelik sağlanması için son zamanlarda mekaniğin dallarında da kullanılmaya başlamıştır.
- Çekimsel(Gravitasyonel) birim sistemi

1.4.1.1. cgs Temel Birim Sistemi

cgs Birim sistemi: Bu sistemde **c (cm)** olarak uzunluğu, **g (gr)** olarak kütleyi ve **s (saniye)** olarak zamanı gösterir.

cgs mutlak birim sisteminde kuvvet birimi ise bir gr. kitlelik cisme bir cm/sn² ivme veren değer olarak kabul edilir ve **din (Dyn)** adı verilir.

1.4.1.2. mks Temel Birim Sistemi

mks mutlak birim sisteminde; **m (metre)** olarak uzunluğu, **k (kilogram)** olarak kütleyi ve **s (saniye)** olarak zamanı gösterir.

Mutlak MKS sisteminde kuvvet birimi **(N) Newton'dur**. Newton, bir kilogram kütlelik cisme bir m/sn² lik ivme veren büyüklüktür.

Uluslararası birim sisteminde (SI) ; kütle birimi (kg) .. Kuvvet birimi de (N) kabul edilmiştir. Teknik birimler olarak ta **(M K S A)** adlandırılan birimler ve sembolleri tabloda verilmiştir.

Temel değerler	DIN 1304'e göre	Temel ifadesi	Temel birimler
Uzunluk	I,s	Metre	m
Kütle	m	Kilogram	kg
Zaman	t	Saniye	s
Akım şiddeti	I	Amper	A
Sıcaklık	T	Kelvin	K
Molekül	n	Mol	Mol
Işık mum şiddeti	ı	Kandil	cd

Tablo 1.1 SI teknik birimler (M K S A) sembolleri

1.4.2. Türev Birim Sistemi

Temel birimler, uygulama alanlarında kullanılan formüllere göre yeni isimler alırlar ve sembollerle ifade edilirler. Buna göre uzunluk, kuvvet ve zaman birimlerinin iki veya daha fazlası birleştirilmek suretiyle yeni birimler türetilir. Elde edilen bu yeni tür birimlere türev birimler denir.

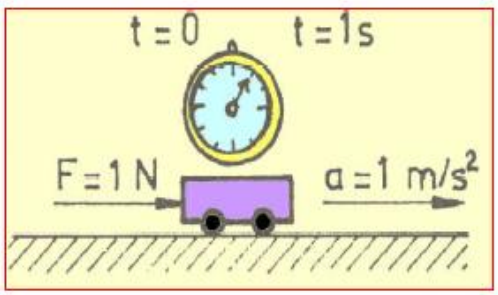
Örnek: Kuvvet birimi **(kg),** uzunluk birimi metre **(m)** ile birleştirildiğinde türev birime dönüşür. Birimi kgm olur Teknik alanda karşılaşılan bazı türev birimleri şunlardır.

Pa=(Paskal)

$$P = \frac{F}{A} = 1N/m^2 = 1Pa$$

1 bar= 100000 Pa
1mbar=100Pa

1 bar = 10N/cm²
1 bar= 1 daN/cm² (daN= deka nevton)



Resim 1.3: Dinamik

p= Basınç
A= Alan
N(Newton)
F=m•a

$$a = \frac{V}{t} = \frac{m/s}{s} \qquad F = m \cdot a = kg.\ m/s^2$$

V= Hız (m/s)
m= Kütle(kg)
a= İvme(m/s2)
F= İtme kuvveti(N)
F= 1N (1kg'lık kütleye 1m/s2' lik ivme kazandıran kuvvet)

UYGULAMA FAALİYETİ

Trigonometri cetvelinden verilen açıların trigonometri değerlerini bulmak için aşağıdaki uygulamaları yapınız.

TRİGONOMETRİ CETVELİ

Açı	sin	tan	cot	cos	
0	0.0000	0.0000	∞	1.0000	90
1	0.0175	0.0175	57.29	0.9998	89
2	0.0349	0.0349	28.64	0.9994	88
3	0.0523	0.0524	19.08	0.9986	87
4	0.0698	0.0699	14.30	0.9976	86
5	0.0842	0.0875	11.43	0.9962	85
6	0.1045	0.1051	9.514	0.9945	84
7	0.1219	0.1228	8.144	0.9925	83
8	0.1392	0.1405	7.115	0.9903	82
9	0.1564	0.1584	6.314	0.9877	81
10	0.1736	0.1763	5.671	0.9848	80
11	0.1908	0.1944	5.145	0.9816	79
12	0.2079	0.2126	4.705	0.9781	78
13	0.2250	0.2309	4.331	0.9744	77
14	0.2419	0.2493	4.011	0.9703	76
15	0.2588	0.2679	3.732	0.9659	75
16	0.2756	0.2867	3.487	0.9613	74
17	0.2924	0.3057	3.271	0.9563	73
18	0.3090	0.3249	3.078	0.9511	72
19	0.3256	0.3443	2.904	0.9455	71
20	0.3420	0.3640	2.747	0.9397	70
21	0.3584	0.3839	2.605	0.9336	69
22	0.3746	0.4040	2.475	0.9272	68
23	0.3907	0.4245	2.356	0.9205	67
24	0.4067	0.4452	2.246	0.9135	66
25	0.4226	0.4663	2.145	0.9063	65
26	0.4384	0.4877	2.050	0.8988	64
27	0.4540	0.5095	1.963	0.8910	63
28	0.4695	0.5317	1.881	0.8829	62
29	0.4848	0.5543	1.804	0.8746	61
30	0.5000	0.5774	1.732	0.8660	60
31	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	59
32	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	58
33	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	57
34	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	56
35	0.5736	0.7002	1.4281	0.8192	55
36	0.5878	0.7265	1.3764	0.8090	54
37	0.6018	0.7536	1.3270	0.7986	53
38	0.6157	0.7813	1.2799	0.7880	52
39	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	51
40	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	50
41	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	49
42	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	48
43	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	47
44	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	46
45	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	45
	cos	cot	tan	sin	Açı

Trigonometrik cetvelden

sin = 35^0 = 0,5736

cos = 35^0 = 0,8192

tan = 35^0 = 0,7002

cot = 35^0 = 1,4281

sin = 60^0 = 0,5000

cos = 60^0 = 0,8660

tan = 60^0 = 0,5774

cot = 60^0 = 1,732

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Açıyı yatay sütundan bulunuz.	➢ Cetvel kullanırken açı yatay sütundan bulunuz ➢ İki sütunun kesiştiği yer açının trigonometrik değerini verir.
➢ Trigonometrik fonksiyonu düşey sütundan belirleyiniz	➢ Trigonometrik fonksiyonu düşey sütundan belirleyiniz.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Bulacağınız açıyı blirlediniz mi?		
2. Açıyı yatay sütundan buldunuz mu?		
3. Trigonometrik fonksiyonu düşey sütundan belirlediniz mi?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme”ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. ( ) Mekanik cisimlere etki eden kuvvetlerin oluşturduğu hareketleri inceler.

2. ( ) Motorun yapısı sıvıların mekaniğine güzel bir örnektir.

3. ( ) Kriko katıların mekaniğine güzel bir örnektir.

4. ( ) cgs birim sisteminde birimler; metre kilogram ve zamandır.

5. ( ) mks birim sisteminde, kuvvet birimi Newton'dur.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Bu faaliyette kuvvet, kuvvet elamanlarını ve kuvvet sistemlerinin sınıflandırılması ile ilgili bilgileri öğreneceksiniz.

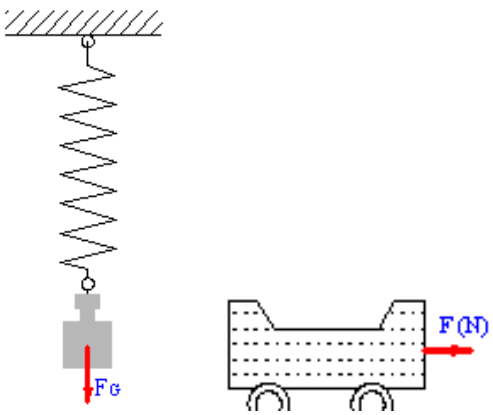
ARAŞTIRMA

- Kuvvet sistemleri nelerdir ve kuvvet birimleri nelerdir? Araştırdığınız bilgileri öğretmeninizle ve arkadaşlarınızla paylaşınız.

2. KUVVETLER SİSTEMİ

2.1. Kuvvetin Tanımı

Cisimler üzerinde şekil değişikliği yaratan, duran bir cismi harekete geçiren veya hareket halindeki cismi durduran etkene kuvvet denir.



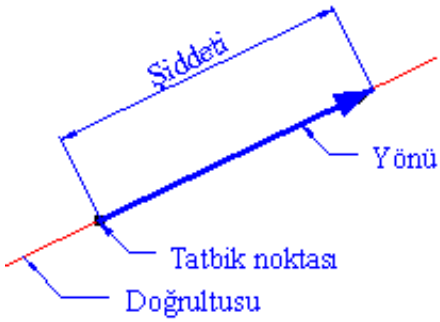
Şekil 2.1:Kuvvet

Yer çekimi kuvveti etkisiyle ağırlıkların doğrultusu düşeydir. Uygulama noktası ağırlık merkezidir. Şiddeti cismin ağırlığı kadardır. Yönü dünyanın merkezine doğrudur.

2.2. Kuvvetin Elemanları ve Vektörleri

2.2.1. Kuvvetin Elemanları

Kuvvetin dört elemanı vardır(şekil 2.2).



Şekil 2.2: Kuvvetin elemanları

2.2.2. Şiddeti

Kuvvetin etki miktarının büyüklüğüdür. Birimi Newton'dur (N).

(1N = 1Kg kütleye 1m/sn² lik ivme kazandıran kuvvetin değeridir.)

2.2.3. Doğrultusu

Kuvvetin üzerinde bulunduğu yörüngedir.

2.2.4. Yönü

Hareketin etkilendiği yöndür. Ok yönüyle belirtilir.

2.2.5. Tatbik Noktası

Kuvvetin cisim üzerinde uygulandığı noktadır. Etki noktası cisimlerin ağırlık merkezidir.

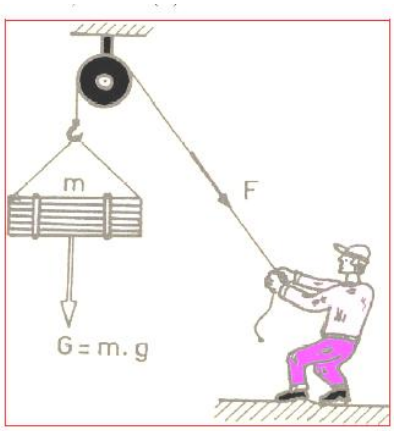
2.3. Kuvvet Birimleri

Kuvvetin birimlerini iyi kavrayabilmek için, önce kütle ve ağırlık tanımlamalarını incelemek gerekir.

Kütle: Bir cismin değişmez madde miktarıdır. Kütle miktarı bulunduğu yere göre değişmez, hep aynıdır.

Ağırlık: Kütlenin, bulunduğu yerdeki yerçekimi kuvvetinin sonucudur. Ağırlık bulunduğu yere göre değişir. Uzaydaki insanın kütlesi aynı olduğu halde, ağırlığının dünyaya göre az olduğu gözlenir.

Teknik mühendislik alanında, Fransa'da bulunan lrudyumlu platinden yapılmış silindirin ağırlığı ve onu yere çeken kuvvet esas alınmıştır. Buna göre yer çekimi ivmesi g =9,81 m/s² alınmıştır. Pratik hesaplamalarda, g = 10 m/s² kabul edilebilmektedir. Uluslararası birim sisteminde (SI) kütle birimi kg, kuvvet birimi de N kabul edilmektedir. ***Kuvvet birimi olarak kg kullanılması hatalıdır, Newton (N) kullanılmalıdır.***



Resim 2.3: Kütle ve ağırlık

m=kg (Kütle)

***G = m . g = kg. m /s²* (ağırlık)**

g= m/s²(Yer çekim ivmesi)
G=Newton(N)

F=(N)

Kuvvet birimi Newton'dur (N). Gerektiğinde türev birimlerde kullanılmaktadır.

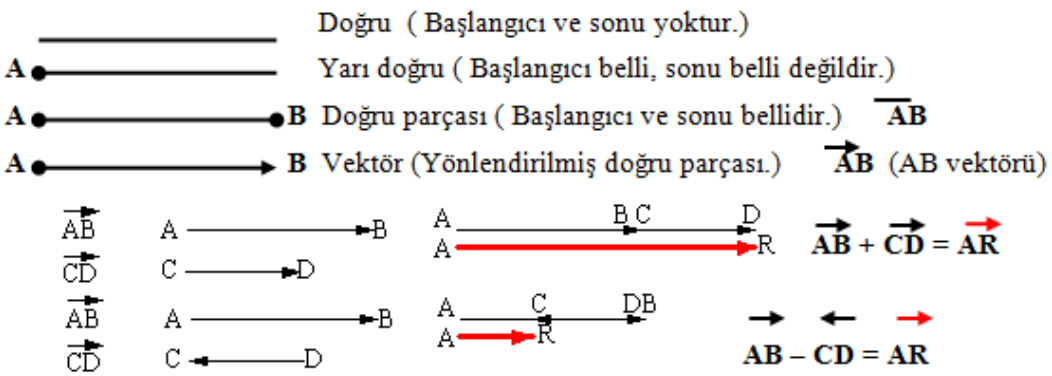
100g = 1 N
1 Kg = 10 N (Newton)
10 N = 1 daN (Deka Newton)
1000 N = 1 KN (Kilo Newton)
1000 KN = 1 MN (Mega Newton)

Kuvvet birimleri şunlardır;

-
- Mutlak cgs birim sistemine göre din (dyn)
- Mutlak mks birim sistemine göre Newton (N)
- Çekimsel cgs birim sistemine göre gram–kuvvet (g_f)
- Çekimsel mgs birim sistemine göre kilogram –kuvvet (kg_f)

2.3.1. Vektörle Gösterilmesi

Yönlendirilmiş doğru parçasına vektör denir. İşlemlerde üzerine ok konmuş harflerle belirtilir.



2.4. Kuvvetlerin Sınıflandırılması

Bir cisme etki eden iki veya daha fazla kuvvetin meydana getirdiği topluluğa "kuvvet sistemi" adı verilir. Kuvvet sistemleri kuvvetlerin doğrultularının konumlarına göre genellikle iki bölümde incelenirler.

2.4.1. Uzaydaki Kuvvetler

Boşlukta yani uzaydaki kuvvetler, vektörler ile ifade edilirler ve üç boyutlu olarak (X, Y, Z) koordinatlar sistemi içinde incelenir. Bu seviyede konular iki boyutlu sistem içinde ele alınacaktır.

2.4.2. Düzlemdeki Kuvvetler

Kuvvetler, iki boyutlu (X, Y) olarak düzlem üzerinde incelenir. Bir kuvvetlerin düzlem üzerindeki durumunu belirlemek için, iki koordinat değerinin (X, Y) belirli olması gerekir. Buradaki kuvvetler bir cisme etki yaptıklarında, hepsi birden aynı bir düzleme teğet veya paralel olurlar.

2.4.2.1. Doğrultuları Aynı Olan Kuvvetler

Doğrultuları aynı olan kuvvet sistemlerinde bütün kuvvetler aynı doğrultu üzerinde toplanmışlardır. Bir ipi aynı doğrultuda çeken birçok kimsenin uyguladığı kuvvetler bu cins kuvvetlerdendir. Aynı doğrultulu kuvvetlere "Eş doğrultulu kuvvetler" adı da verilebilir. (Şekil 2.3) Kuvvetler sisteminde aynı doğrultu üzerinde bulunan kuvvetlere **Doğrultuları Aynı Kuvvetler** denir. Bu kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması, cebirsel toplama veya geometrik toplama ile bulunur.

➢ **Doğrultu ve yönleri aynı olan kuvvetler**

Doğrultu ve yönleri aynı olan kuvvetlerin bileşkeleri kuvvetlerin toplanmasıyla bulunur.

Grafik :

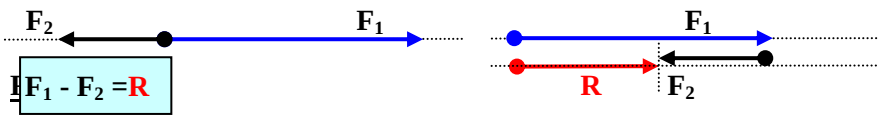
Analitik : $F_1 + F_2 = R$

Şekil 2.4 Aynı doğrultulu kuvvetler

➢ **Doğrultuları aynı, yönleri ters olan kuvvetler**

Doğrultuları aynı, yönleri zıt olan kuvvetlerin bileşkeleri kuvvetlerin birbirinden çıkarılmasıyla bulunur(Şekil 2.4). Bileşke kuvvetlerin farkıdır.

Grafik :



Analitik : $F_1 - F_2 = R$

Şekil 2.5: Doğrultuları aynı, yönleri ters olan kuvvetler

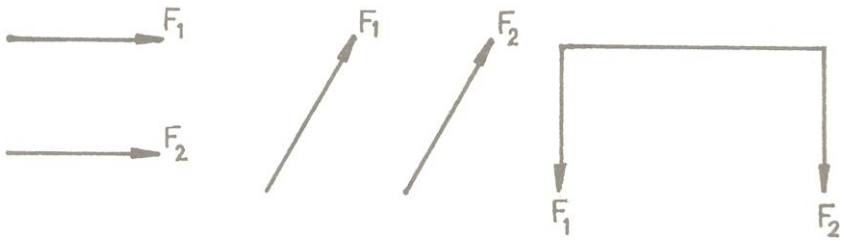
2.4.2.2. Kesişen Kuvvetler

Şekil 2.6: Kesişen kuvvetler

Vektörleri veya doğrultuları bir noktada birleşen kuvvetlere kesişen kuvvetler denir. Kesişen kuvvetler; dar açılı, dik açılı, geniş açılı olmak üzere üç şekilde incelenir(Şekil 2.5)

2.4.2.3. Paralel Kuvvetler

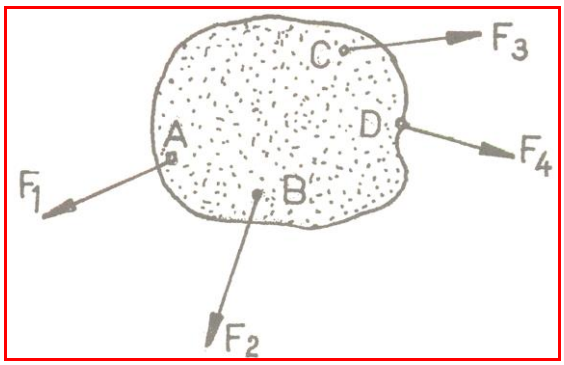
Paralel kuvvetler sistemi doğrultuları bir noktada kesişmeyen birbirine paralel olan kuvvetlerin meydana getirdikleri topluluklardır (Şekil 2.6).



Şekil 2.7: Paralel kuvvetler

2.4.2.4. Gelişigüzel Kuvvetler

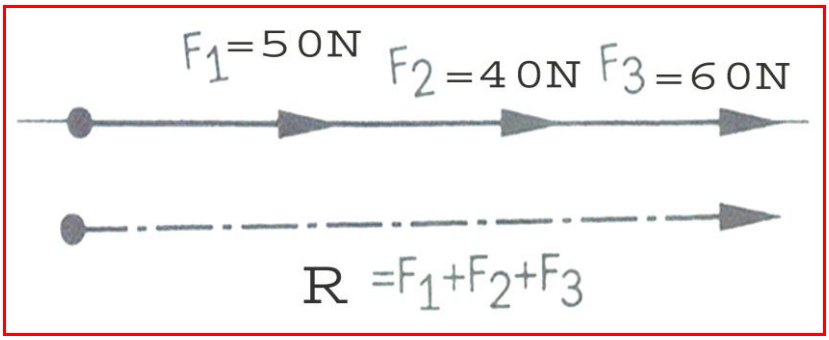
Aynı düzlemde olup ta birbirine ne paralel ne de aynı noktada kesişen kuvvetlerdir. Böyle kuvvet sistemlerine, gelişigüzel kuvvetler sistemi adı verilir. Ancak aynı düzlem üzerinde bulunurlar(Şekil 2.7)



Şekil 2.8: Gelişi güzel kuvvetler

UYGULAMA FAALİYETİ

Şekildeki gibi verilen kuvvetlerin bileşkelerini hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız



Şekilde görülen kuvvetler aynı yönlü olduklarında kuvvetler toplamı bileşkeyi verir.

F_1= 50 N

F_2 = 40 N

F_3 = 60 N

R = F_1 + F_2 + F_3 N

R = 50 + 40 + 60

R = 150 N

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Kuvvetleri sınıflandırınız	➢ Doğrultu ve yönlerine göre kuvvet tipini belirleyiniz
➢ Kuvvetleri vektörler şeklinde çiziniz	➢ Gönye kullanınız
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Gerekli işlemleri yapınız.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Kuvvetleri sınıflandırdınız mı?		
2. Kuvvetleri vektörler şeklinde çizdiniz mi?		
3. Hesaplamasını yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Madde üzerinde şekil veya hareket değişikliği oluşturan etkiye,…… denir.
2. Kuvvet vektörünün dört elemanı vardır. Bunlar:
   A) …….
   B) ……..
   C) ……..
   D) ……. dır.
3. Çekimsel mgs birim sistemine göre, kuvvet birimi ……..dır.
4. Bir Kuvvetin uygulama noktası, ……. üzerinde kaydırılırsa …… değişmez.

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

5. Vektörleri veya doğrultuları bir noktada birleşen kuvvetlere kesişen kuvvetler denir.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-3

AMAÇ

Bu faaliyette verilen bilgiler ile kuvvetlerin bileşkelerinin bulunması ile ilgili hesapları yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

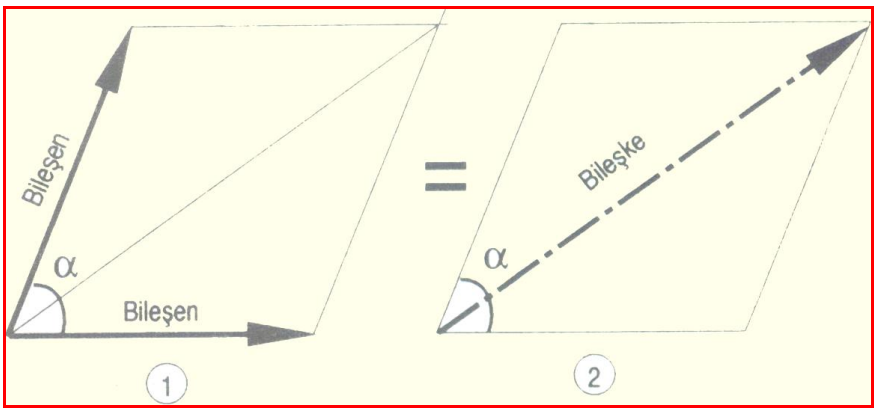
- Geometrik olarak dik açı, geniş açı ve dar açı değerlerini iletki veya açı ölçer yardımıyla çizimini öğrenerek uygulayınız. Trigonometri cetvelini kullanarak açıların Sin, Cos, değerlerini bulmayı öğreniniz.

3. KUVVETLERİN BİRLEŞTİRİLMESİ VE BİLEŞKE KUVVETİNİN BULUNMASI

Herhangi bir büyüklüğün ölçülmesinde o büyüklüğe ait ölçü birimi ve ölçü aletine gereksinim vardır. Ölçme işleminde kullanılan yöntem, analitik ya da grafiktir. Büyüklük iki değişik şekilde bulunabilir. Skaler büyüklük, ölçmenin sayısal değer taşıdığı (F=10N) anlamındadır. Sayısal değerin yetmediği ayrıca yön belirtmenin gerektiği büyüklük ölçümü vektörel olarak (F=10N) adlandırılır.

3.1. Bileşke Kuvvetinin Tanımı

Bir cisme iki veya daha çok kuvvet etki ederse, kuvvetler sistemi meydana gelir. Sistemler cisimlere, sonuçta tek kuvvet gibi etki ederler. Sistemin yerine geçen bu tek kuvvete **sistemin bileşkesi** denir. Bileşkeyi oluşturan kuvvetlere " **bileşen** " denir. Bileşke grafik ve analitik hesaplamalarda R sembolü ile gösterilir(Şekil 3.1).

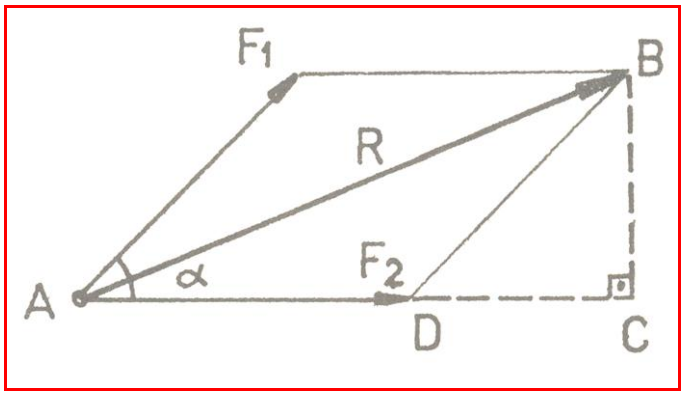


Şekil 3.1: Bileşke kuvvet

3.2. Kesişen Kuvvetlerin Bileşkelerinin Analitik ve Grafik Olarak incelenmesi

3.2.1. Analitik Metot

Kesişen iki kuvvetin bileşkesini bulmak için trigonometrik formüllere başvurulur. Trigonometride buna uygunu cosinüs (Kosinüs) teoremidir.



Şekil 3.2: Analitik metot hesabı

ABC dik üçgeninde

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ (Pisagor) 1

$AC^2 = (DC + AD)^2$

$BC^2 = BD^2 – DC^2$ (Pisagor)

$AD = F_2$

$BD = F_1$

$CD = F_1 \bullet \cos\alpha$

$BC = F_1 \bullet \sin\alpha$ değerleri yazılıp 1 numaralı formülde yerine konulursa

$AB^2 = (DC + AD)^2 + BC^2$

$AB^2 = DC^2 + 2DC \bullet AD + AD^2 + BC^2$

$AB^2 = DC^2 + 2DC \bullet AD + AD^2 + BD^2 + DC^2$

$R^2 = 2F_1 \bullet \cos\alpha \bullet F_2 + F_1^2 + F_2^2$ denklemi bulunur.

Denklem düzenlenecek olursa

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \bullet F_2 \bullet \cos\alpha$

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

α **<90^0 olursa** **R** = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

α **>90^0 olursa** **R** = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$ olur

$\alpha = 0^0 \Rightarrow$ Cos 0^0 = 1 olduğundan

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot 1 = (F_1 + F_2)^2$

$R = F_1 + F_2$ olur

α **= 90^0** $\Rightarrow$ Cos90^0 = 0 olduğundan

$2F_1 \cdot F_2 \cdot 0 = 0$ olduğundan

$R^2 = F_1^2 + F_2^2$ bulunur.

$R^2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

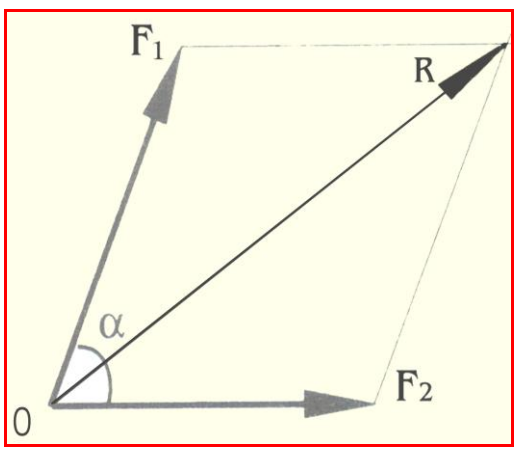
$\alpha = 180^0 \Rightarrow$ Cos 180^0 = -1 olduğundan

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot (-1) = (F_1 - F_2)^2$

$R = F_1 - F_2$ olur.

3.2.1. Dar Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetlerinin ucundan birbirine paralel çizilir. Bu nokta ile 0 noktası arasındaki doğru bileşke kuvveti verir. F_1 ve F_2 kuvvetlerine bileşenleri denir. R bileşkesi F_1 ile F_2 bileşenlerinden büyüktür. α açısı 90^o den küçüktür. Şekil'3.3 de görüldüğü gibi dar açıda (α) kesişmektedir. Bu kuvvetleri, geometrik olarak toplayacak olursak bileşkeyi bulmuş oluruz. Geometrik toplam, kuvvetlerin ucundan karşılıklı paraleller çizilmesiyle olur.



Şekil 3.3: Dar açılı

Sonuç olarak: Kesişen kuvvetlerin bileşkesi, bu kuvvetleri kenar kabul eden paralel kenarın uygulama noktasından geçen köşegenidir. Bileşen kuvvetler F_1 ve F_2 olarak kabul edersek, Bileşke kuvveti R' dir.

α <90^0 olduğu için

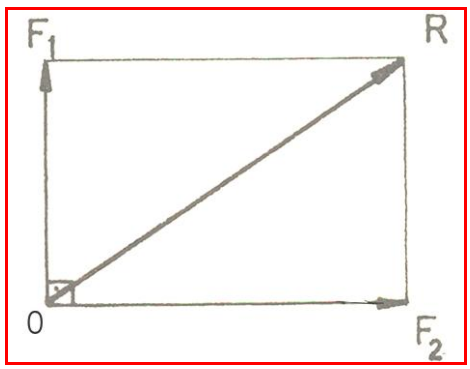
$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$

Kuvvetler

$$\boldsymbol{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

3.2.2. Dik Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetlerinin arasındaki α açısı 90^0 dir. Şekil 3.3' e göre bileşkesi biraz daha küçüktür. Şekil 3.4 de görüldüğü gibi kuvvetler arası açı,



Şekil 3.4. Dik açılı kuvvetler

$\alpha = 90^o$ olup, $\cos 90^o = 0$ dır:

$R^2 = F1^2 + F2^2 + 2 \cdot F1 \cdot F2 \cdot \cos \alpha$

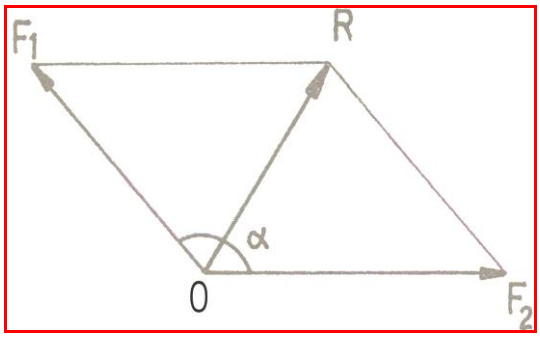
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot 0}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$ olur .

3.2.3. Geniş Açıda Kesişen Kuvvetlerin Bileşkesi

F_1 ve F_2 kuvvetleri arasında α açısı 90^0 den büyüktür. R bileşkesi F_1 ve F_2'den küçüktür. Dolayısıyla bileşenler arasındaki açı küçüldükçe, bileşke etkisi artar ve açı büyüdükçe de azalır. Şekil 3.5'de görüldüğü gibi kuvvetler arası açı büyüdüğü oranda bileşke kuvveti küçülür. Analitik olarak bileşke kuvveti;



Şekil 3.5: Geniş açılı kuvvetler

$\alpha > 90^0$

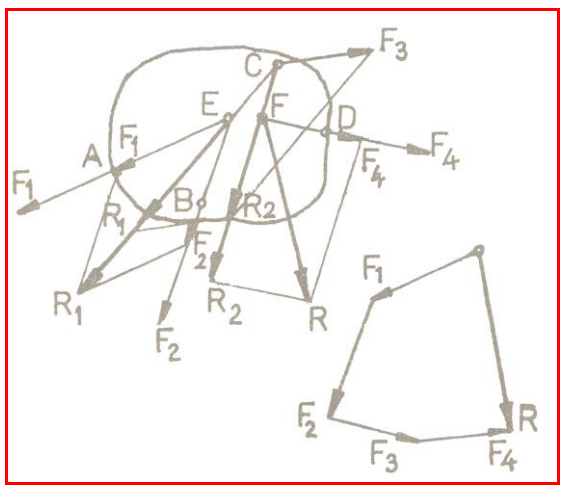
$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 \,.\, F_2 \,.(-\cos\alpha)$

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot (-\cos\alpha)}$ bulunur.

3.3. İkiden Fazla Sayıdaki Kuvvetlerin Bileşkesini Grafik ve Analitik Hesaplamalarla Bulmak

Bir sisteme ikiden fazla kuvvet etki ettiği zaman, sistem bu kuvvetlerin bileşkesi kadar etkilenir. Kuvvet, bir vektörel değer olduğundan, birleştirilmesi de geometrik olarak yapılır.

Paralel kenar ve kuvvetler çokgeni metotları ile çözüme gidilir. Bir başka çözüm yani analitik metot ise, ayrıştırma kısmında ele alınacaktır.



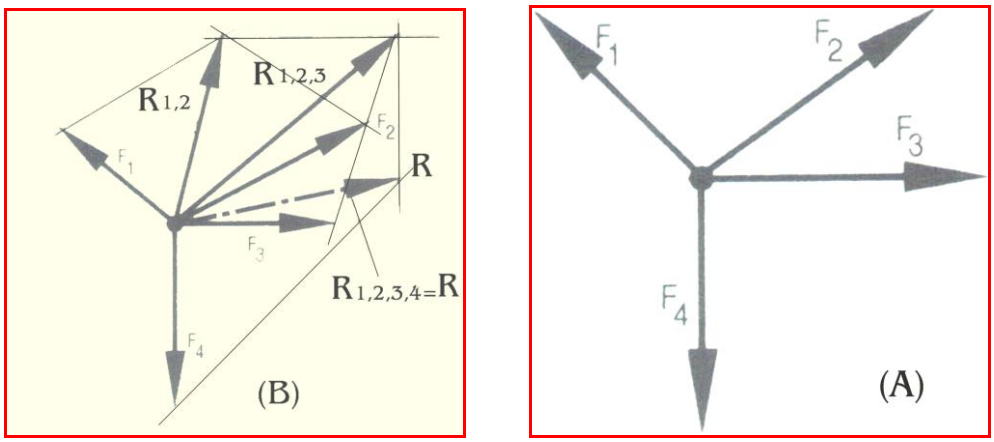
Şekil 3.6: İkiden fazla kuvvetlerin bileşkesi

3.3.1. Grafik Metodu

Kuvvet vektörlerinin ölçekli çizimi ile çözüm sağlar. Kesişen Kuvvetler sisteminde bileşkenin grafiksel olarak bulunması için çeşitli yöntemler kullanılır.

3.3.1.1. Paralel Kenar Metodu (Dörtgen Metodu)

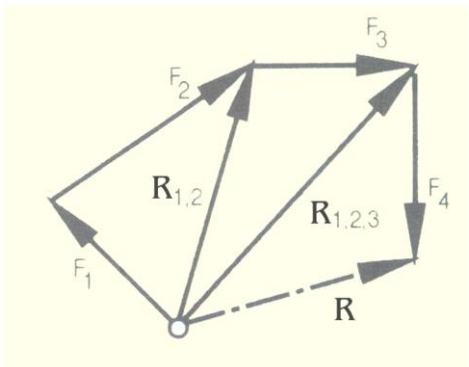
Paralel kenar metodu uygulanarak ve her kuvvet bir defa kullanılarak gerçek bileşke bulunur. Bu metot da, kuvvetlerin sıra ile ele alınması gerekmez. Her işlem sonunda, bir önceki kuvvet yok olacağından, yok etme ya da indirgeme metodu da denir. Şekil 3.7 ' de, F1 ve F2 'nin bileşkesi R1 bulunduktan sonra, R1 ile F3 'ün bileşkesi olan R2 ve R2 ile R4 'ün bileşkesi de R yani gerçek bileşkeyi verir.



Şekil 3.7: İkiden fazla kuvvetler paralel kenar metodu

3.3.1.2. Üçgen Yöntemi

Bilindiği gibi kesişen her iki kuvvet, bileşkesi ile bir üçgen oluşturur. Buna göre F_1 ve F_2 kuvvetleri kendi doğrultularına paralel olarak uç uca dizilirse oluşan üçgenin açık kenarı, bileşke $R_{1,2}$ kuvvetini verir. Aynı nitelikte devam edilirse $R_{1,2}$ ve F_3 üçgeninde bileşke; $R_{1,2,3}$ ve F_4 üçgeninden sistemin bileşkesi, R bulunur(Şekil 3.8).

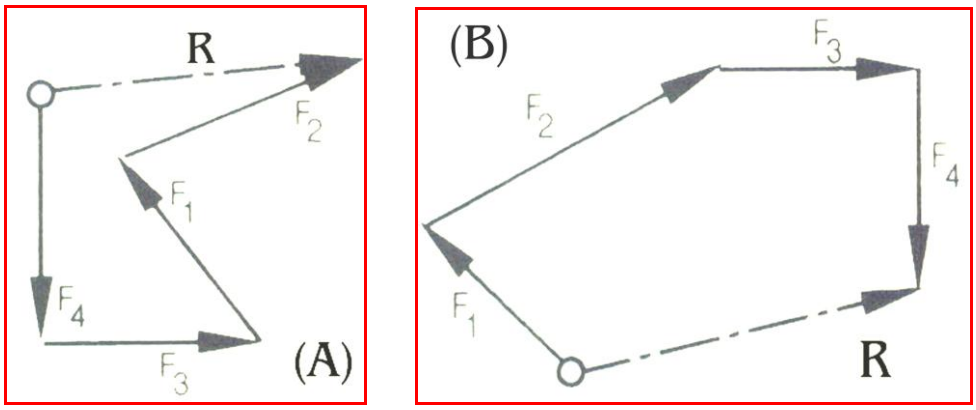


Şekil 3.8: İkiden fazla kuvvetler üçgen yöntemi

3.3.1.3. Kuvvetler Çokgeni Metodu

Bu metot, kuvvetlerin üçgen metoduna göre vektörel toplamıdır. Her vektörün, kendi doğrultusuna paralel olmak üzere uç uca eklenmesi ile bileşke bulunur.

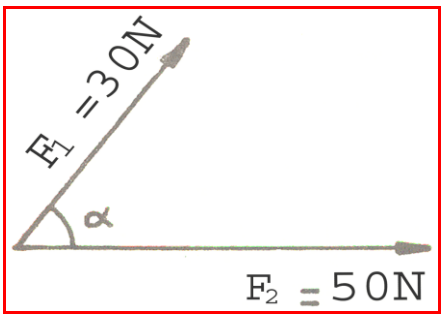
Şekil 3.9 'e göre birim ölçek dahilinde, F_2 kuvveti çizilir. F_2' nin ucundan F_1' e paralel çizgi çizilir. Bu çizgi üzerinde F_1 şiddeti aynı ölçek dahilinde işaretlenir. Bu nokta ile başlangıç 0 noktası arasını yani üçgeni kapatan doğru R bileşkesini verir. R 'nin aynı ölçek dahilinde dönüşüm değeri şiddetini verir. Özellikle ikiden fazla kuvvetlerin bileşkesinin bulunmasında kolaylık sağlar.



Şekil 3.9. Kuvvetler çokgeni yöntemi

UYGULAMA FAALİYETİ

F_1 = 30 N ve F_2 = 50 N şiddetindeki iki kuvvet, 0 noktasından kesişmektedir. Kuvvetler arasında ki açı,



$\alpha_1 = 30^0$ $\alpha_2 = 90^0$ $\alpha_3 = 120^0$

olduğunda bileşkelerini analitik olarak hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Kuvvetleri sınıflandırınız	➢ Doğrultu ve yönlerine göre kuvvet tipini belirleyiniz
➢ Kuvvetleri vektörler şeklinde çiziniz	➢ Gönye kullanınız
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Trigonometrik cetveli kullanınız ➢ Gerekli işlemleri yapınız.

Çözüm:

α **= 30^0** F_1 = 30 N F_2 = 50 N cos 30^0 = 0,866

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

R = $\sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0{,}866}$

R = $\sqrt{900 + 2500 + 2598}$

R = $\sqrt{5998}$

R =77,44 N

α **= 90^0** F_1 = 30 N F_2 = 50 N cos 90^0 = 0

R = $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

$R = \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0}$

$R = \sqrt{900 + 2500 + 0}$

$R = \sqrt{900 + 2500}$

$R = \sqrt{2400}$

R = 48,98 N

α_3 **= 120^0** F_1 = 30 N F_2 = 50 N cos 120^0 = - 0,5

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

$R = \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot (-0{,}5)}$

$R = \sqrt{900 + 2500 - 1500}$

$R = \sqrt{1900}$

R = 41,1 N

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri		Evet	Hayır
1.	Kuvvetleri sınıflandırdınız mı?		
2.	Kuvvetleri vektörler şeklinde çizdiniz mi?		
3.	Hesaplamasını yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız

1. ( ) İki veya daha fazla kuvvetin yapabileceği etkiyi tek başına yapabilen kuvvete, bileşke denir.
2. ( ) Geniş açıda kesişen kuvvetlerin bileşkesi $R = F_1 + F_2$ formülü ile hesaplanır.

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

3. Dar açıda Kesişen kuvvetlerin bileşkesi, bu kuvvetleri kenar kabul eden …….. …….. ……. geçen köşegenidir.
4. Dik açıda kesişen kuvvetlerin arasındaki açı ……..'dir
5. Kesişen kuvvetler, doğrultularına parelel olarak uç uca dizildiklerinde kuvvetler arası açıklığı kapatan kenar …….verir.
6. Aralarında dik açı yapacak şekilde duran iki kişi bir cismi çekiyor. Birinci kişi700 N ikinci kişi 500N luk kuvvetlerle bir cisme etkimektedir.
   A) Bu iki kuvvetin yapacağı etkiyi tek başına yapabilecek kuvvetin (bileşkenin) değeri nedir?
   B) Cismin takip edeceği doğrultu ile birinci şahıs arasındaki açı kaç derecedir?

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-4

AMAÇ

Kuvvetlerin bileşenlerinin bulunması ili ilgili hesapları yapabileceksiniz.

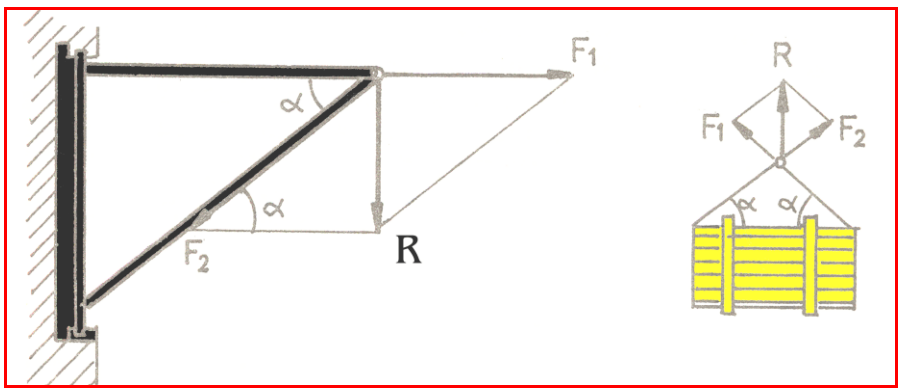
ARAŞTIRMA

- Bileşen kuvvetler nelerdir, bileşke kuvveti ile farkları nelerdir, bileşen kuvvetlerin bulunmasında uygulanan yöntemler nelerdir. Analitik ve grafik yöntemi açıklayınız.

4. KUVVETLERİN AYRIŞTIRILMASI VE BİLEŞENLERİNİN BULUNMASI

4.1. Bileşen Kuvvetlerin Tanımı

Verilen bir ağırlığın birden fazla bileşene bölme işlemine denir. Kuvvet vektörel bir miktar olduğundan birleştirilmesi gibi, bileşenlere ayrılması vektörel (Paralel kenar metoduna göre) olarak yapılır.



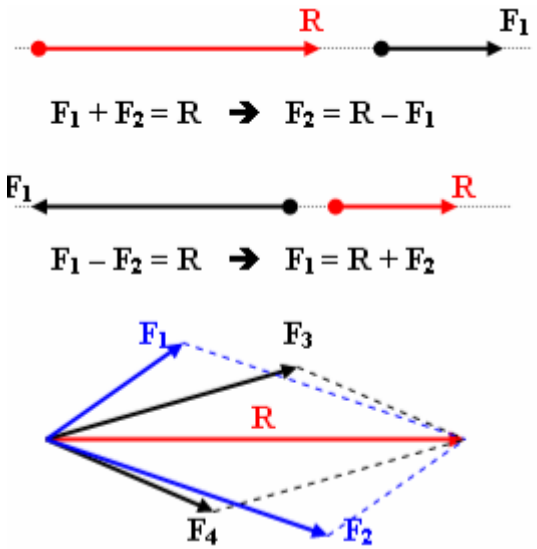
Şekil 4.1: Ayrıştırma ve bileşenler

Kuvvetlerin ayrıştırılması ile oluşan kuvvetlere bileşen denir. Bileşke kuvvetinin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine bileşen kuvvet denir(Şekil 4.1).

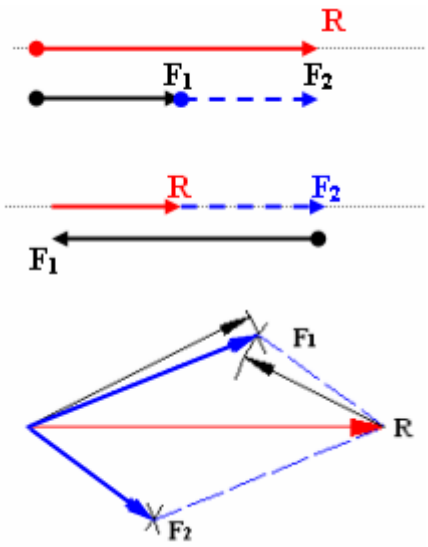
4.2. Grafik Metotla Bileşenleri Bulmak

Bir kuvvet, paralel kenar metodu ile etki doğrultusu üzerinde bir noktadan geçen iki bileşene ayrılabilir. Aslında bileşenler, bileşke kuvveti köşegen kabul eden paralel kenarın kenarlarına eşit vektörlerdir.

Grafik yöntemi:

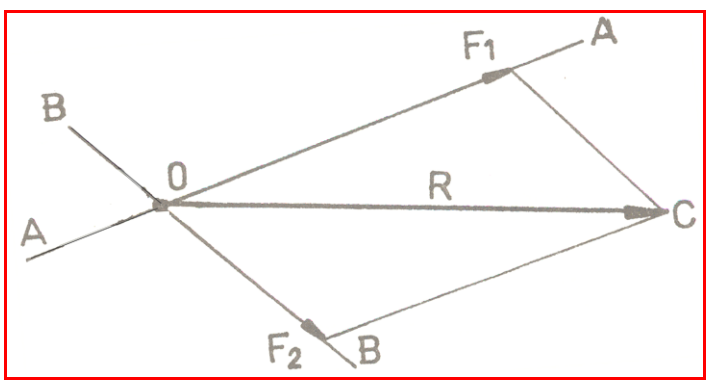


Şekil 4.2. Bileşkenin paralel kenar yöntemi ile bileşenlerine ayrıştırılması.



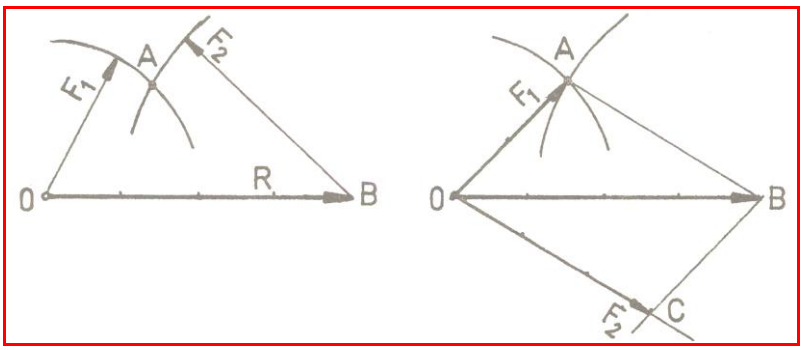
Şekil 4.3 Kuvvetlerin şiddetlerinin farklı pergel yardımıyla ayrıştırılması.

Şekil'de bileşke ve AA ile BB doğrultuları bellidir. Buna göre F_1 ve F_2 bileşenlerinin bulunması bir ölçek dahilinde R bileşkesi çizilir. Bu bileşkenin ucundan AA ve BB doğrultularına paraleller çizilir. Bunun sonucunda doğrultular ile birleştirildiğinde F_1 ve F_2 bileşenleri bulunur(Şekil 4.4).



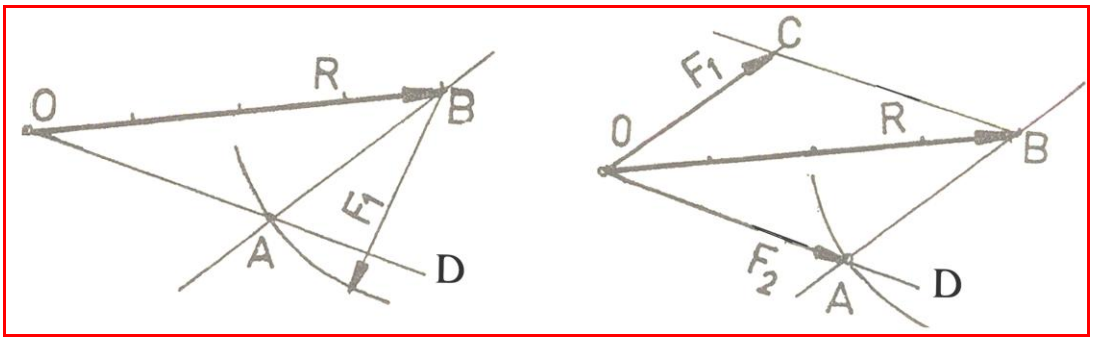
Şekil 4.4 Ayrıştırma grafik yöntemi

Bir kuvvet, bileşenlerinin şiddetleri belli, doğrultuları belli olmadığında iki bileşene ayrılabilir. Şart, $F_1 + F_2 > R$ olmalıdır.



Şekil 4.5 Ayrıştırma grafik yöntemi

Şekildeki gibi, F_1 ve F_2 ile R'nin şiddetleri belli değildir. Buna göre ayrıştırma şu şekilde bulunur. Bir ölçek dahilin de R bileşkesi çizilir. Yine aynı ölçek dahilin de F_1 kuvveti alınır, pergel bu değer kadar açılır ve O ucundan bir yay çizilir. Aynı şekilde F_2 alınır, yine pergelle bu değer kadar açılır ve biraz önceki yay kestirilir. Meydana gelen A noktası ile O noktası arasındaki doğru üzerinde F_1 kuvveti işaretlenir. Daha sonra B ucundan F_1'e ve O ucundan AB'ye paraleller çizildiğinde kesim noktası C ile O noktalarını birleştiren doğru üzerinde de F_2 bileşeni işaretlenir(Şekil 4.5).



Şekil 4.6 Ayrıştırma grafik yöntemi

Bir kuvvet, bileşenlerinden birinin şiddeti, diğerinin doğrultusu belli olduğunda iki bileşene ayrılabilir. Şekil4.6' da görüldüğü gibi, R bileşkesi F_2' nin doğrultusu ve F_1' ın şiddeti bellidir

Belli bir ölçek dahilinde R bileşkesi çizilir. Pergel aynı ölçekle F_1 kadar açılır, B ucundan itibaren OD doğrultusu üzerinde kestirilir. Bulunan AB doğrusu F_1' e eşittir. Dolayısı ile O ucundan AB doğrusuna bir paralel çizilir ve üzerinde F_1 işaretlenir. Daha önce bulunan OA doğrusuda F_2' ye eşittir.

4.3. Analitik Metotla Bileşenlerini Bulma

Bir kuvvetin iki bileşene ayrılması, kuvvetlerin ayrıştırılmasının temelini oluşturur. Bu nedenle kuvvetlerin bileşenlerine ayrılmasında uygulanan yöntemler şunlardır.

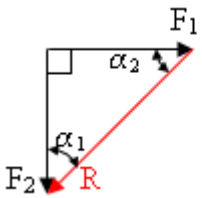
4.3.1. Sinüs (Lami) Teoremi

Bu teoremin uygulanılabilmesi için, kuvvet sayısı üç olmalı ve bir noktada kesişmelidir. Ayrıca, kuvvetlerin vektörel toplamı sıfıra eşit olmalıdır. Yani kuvvetlerin uç uca toplamında üçgen kapanmalıdır.

4.3.1.1. İç Lami'ye (Sinüs) Göre

Bu teorem, dik üçgenlere ayrılamayan kuvvetlerin ayrıştırılmasında kolaylık sağlar. Bir kuvvet ayrıştırılacağı kuvvetlerle gelişi güzel bir üçgen oluşturduğunda, kuvvetlerin karşılarındaki açılar biliniyorsa, lami teoremine göre işlem yapılır.

Dik üçgen oluşturan kuvvetlerin karşılarındaki açıların sinüsüne oranı birbirine eşittir.



$$\frac{R}{\text{Sin } 90^\circ} = \frac{F_1}{\text{Sin } \alpha_1} = \frac{F_2}{\text{Sin } \alpha_2}$$

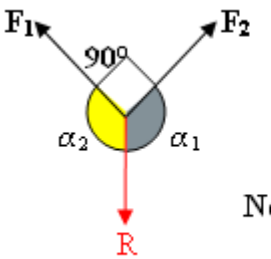
Şekil 4.7. İç Lami yöntemi

Açıların sinüsleri belli olduğundan orantılarında F_1, F_2 ve F_3 ayrışan kuvvetleri, analitik olarak bulunur.

4.3.1.2. Dış Lamiye (Sinüs) Göre

Lami teoremine göre, kesişen üç kuvvet dengede ise bunlardan herhangi birinin, öbür ikisi arasındaki açının sinüsüne oranı sabittir. Kuvvetler arası açı bilindiği takdirde, lami teoremine göre problem çözülür.

Kuvvetin, dışında kalan kuvvetlerin arasındaki açının sinüsüne oranı birbirine eşittir.



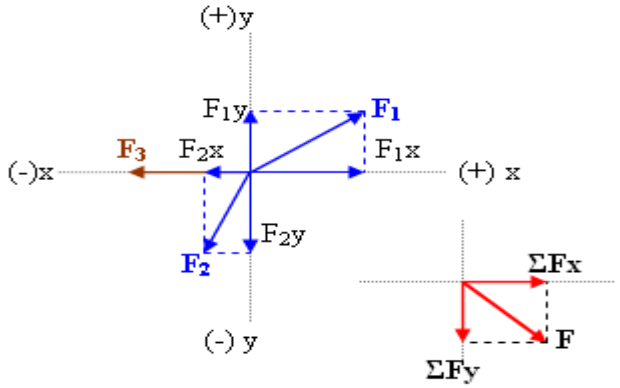
$$\frac{R}{\text{Sin } 90^\circ} = \frac{F_1}{\text{Sin } \alpha_1} = \frac{F_2}{\text{Sin } \alpha_2}$$

Not: 90°'nin üzerindeki açı değerlerinde 180°'ye tamamlayan açı olarak alınmalıdır. Örneğin; 120° yerine 180° - 120° = 60° alınmalıdır.

Şekil 4.8. Dış Lami yöntemi

4.3.2. İzdüşüm Yöntemine Göre

İzdüşüm yöntemi, genel bir yöntem olup her türlü kuvvetlere uygulanabilir. Bu yöntemde, kuvvetlerin yatay ve düşey koordinatlara göre durumları değerlendirilir. Sistemde kullanılan kuvvetler koordinat üzerine aktarılarak eksenler üzerindeki izleri yardımıyla ayrıştırma veya birleştirme yapılır.



Sistem dengedeyse;
ΣFx = 0 (x) doğrultusundaki kuvvetlerin toplamı sıfırdır.

ΣFy = 0 (y) doğrultusundaki kuvvetlerin toplamı sıfırdır.

$$\vec{F} = \vec{\Sigma Fx} + \vec{\Sigma Fy}$$

$$F = \sqrt{\Sigma Fx^2 + \Sigma Fy^2}$$

Şekil 4.9 İz Düşüm yöntemi

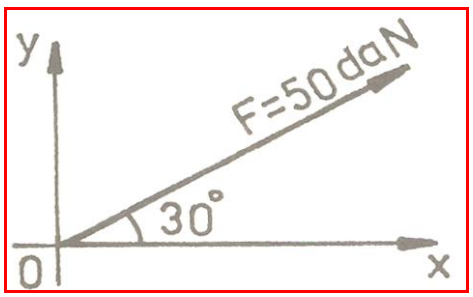
UYGULAMA FAALİYETLERİ

Aşağıda verilen problemleri hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Kuvvetleri sınıflandırınız	➢ Doğrultu ve yönlerine göre kuvvet tipini belirleyiniz
➢ Kuvvetleri vektörler şeklinde çiziniz	➢ Gönye kullanınız
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Trigonometrik cetveli kullanınız ➢ Gerekli işlemleri yapınız.

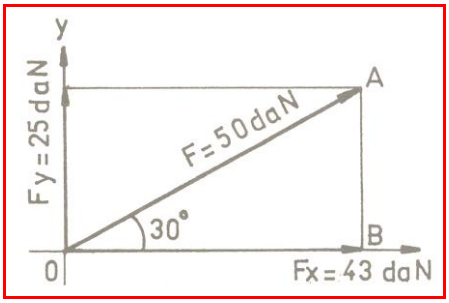
Uygulama 1

Şekilde görülen F kuvvetinin x ve y iz düşümlerini grafik ve analitik metotla bulunuz.



Çözüm

x ve y koordinatları çizilir ve x koordinatı ile 30^0 açı yapan bir doğrultu ve onun üzerinde F kuvveti işaretlenir. F kuvvetinin ucundan koordinatlara gönderilen dik ışınların, koordinatları deldiği düşünülen noktaların O noktası ile birleştirilmesi sonucunda iz düşümleri bulunur.



F_X = 43 mm = 43 daN

F_Y = 25mm = 25 daN

İki kuvvet bulunduğu için, lami (sinüs) teoremi uygulanmaz. Trigonometrik fonksiyonlardan faydalanarak çözüme gidilir.

Buna göre OAB dik üçgeninden $\cos 30^0 = \frac{F_X}{F}$

$F_X = 50 \bullet \cos 30^0$

$\text{Cos } 30^0 = \frac{F_X}{50}$ $F_X = 50 \bullet 0{,}866$

$F_X = 43{,}3$ daN

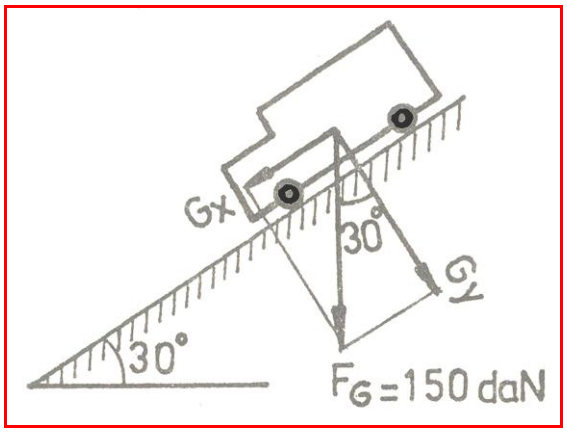
$F_Y = 50 \bullet \sin 30^0$

$\text{Sin } 30^0 = \frac{F_Y}{50}$ $F_Y = 50 \bullet 0{,}5$

$F_Y = 25$ daN

Uygulama 2

Şekilde görülen eğik düzlemdeki cisim ağırlık kuvvetinin sonucu olarak ne kadar bir kuvvetle çekilir. Grafik ve analitik metotla çözünüz.



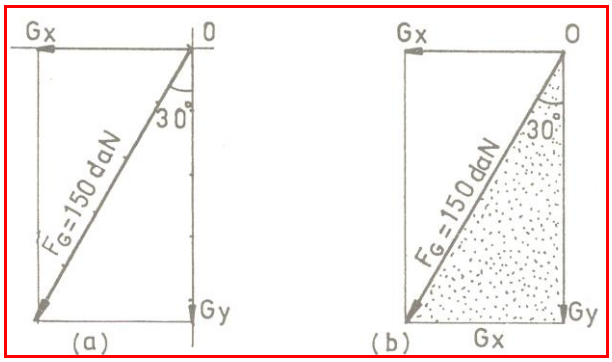
Çözüm

Grafik çözüm aşağıdaki şekildeki gibidir.

$F_G = 150$ daN

$\alpha = 30^0$

Ölçek:



30 daN = 10 mm

F_G = 150daN = 50

G_X = 25 mm = $\frac{25 \cdot 30}{10}$ = 75 daN $\qquad$ G_Y = 43 mm = $\frac{43 \cdot 30}{10}$ = 129 daN

Analitik çözüm:

$$\sin 30 = \frac{G_X}{G}$$

$G_X = G \bullet \sin 30^0 = 150 \bullet 0{,}5 = 75$ daN

$$\text{Cos } 30^0 = \frac{G_Y}{G}$$

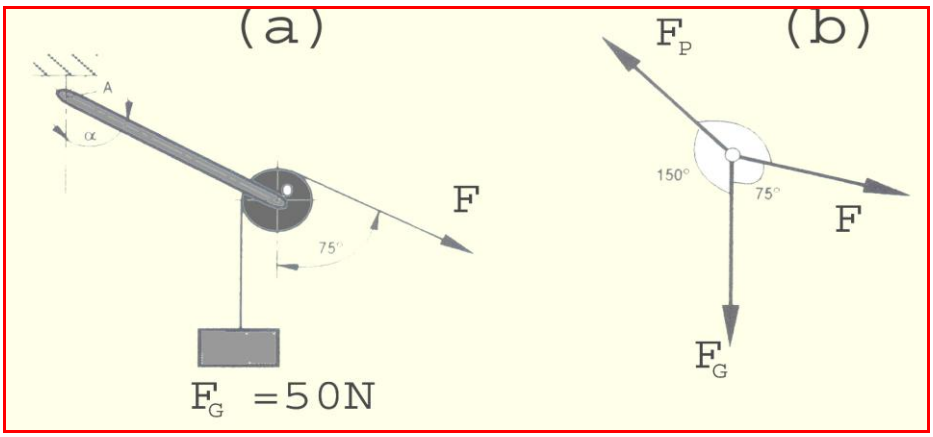
$G_Y = G \bullet \cos 30^0 = 150 \bullet 0{,}866 = 129{,}9$ daN

Uygulama 3

Şekil'deki sistem dengededir. α = 30° eğik ve 50 N yüklü makaranın çubuğundaki denge kuvveti ne kadar olur?

Çözüm

Sistemin sabit makarasından dolayı $F_G = F = 50$ N, (yük = kaldıran kuvvet) olmaktadır. Burada F_G ve F kuvvetleri, makara çubuğundaki Fp kuvvetiyle dengelenmektedir. Böylece kuvvet diyagramı, şekil 4.15 b' deki gibi olur. Lami teoremine göre çözüm yapılabilir.



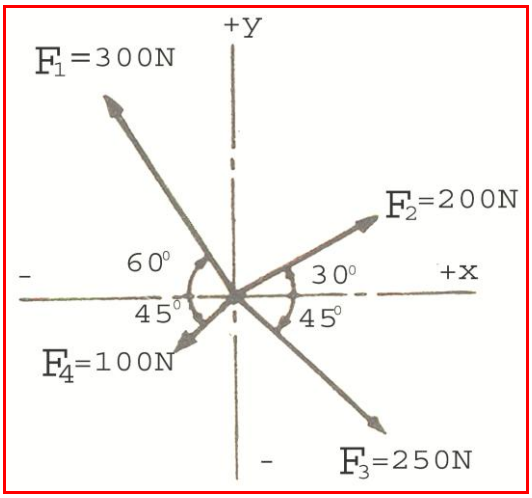
F_G – F_P arası açı $180^0 - 30^0 = 150^0$ olduğundan

$$\frac{F}{\sin 150^0} = \frac{F_P}{\sin 75^0} \quad \text{den} \quad F_P = \frac{F \cdot \sin 75^0}{\sin 150^0} = \frac{50 \cdot 0{,}9659}{0{,}5} = 96{,}59N$$

Kesişen üç kuvvetten ikisinin bileşkesi, üçüncü kuvvete eşitse üçüncü kuvvetin bileşenleri de bu iki kuvvete eşit demektir. Bu durumda dengedeki sistem, bileşke kuvvetin iki bileşenini bulmak şeklinde de çözülür. Çözümde üçgenlere ayırma yöntemi uygulanabiliyorsa, gerektiğinde bu yolla da sonuca gidilebilir.

Uygulama 4

Şekilde görülen kuvvet sisteminin bileşkesini iz düşüm metoduna göre bulunuz



Çözüm:

Analitik metot: Bu metotta eğimleri belli olan kuvvetler aynı tatbik noktasında geçtiği düşünülür, bu nokta aynı zamanda bileşkenin tatbik noktası veya geçeceği bir nokta olduğuna göre, bu noktadan geçmek üzere koordinat eksenleri alınır. Kuvvetlerin izdüşümleri bu eksenler üzerine düşürülür. Bu nedenle her kuvvet birbirine dik iki bileşene ayrılmış olur. Aynı eksen üzerinde bulunan kuvvetler yönlerine göre matematiksel olarak toplanır.

X ekseni üzerindeki bileşenlerin toplamı

F_1 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $Fx_1 = -F_1 \cdot \cos\alpha_1$

F_2 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X2} = F_2 \cdot \cos\alpha_2$

F_3 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X3} = F_3 \cdot \cos\alpha_3$

F_4 = kuvvetinin X ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{X4} = -F_4 \cdot \cos\alpha_4$

$$\sum F_X = -F_{X1} + F_{X2} + F_{X3} - F_{X4}$$

$$\sum F_X = -F_1 \cdot \cos\alpha_1 + F_2 \cdot \cos\alpha_2 + F_3 \cdot \cos\alpha_3 + \left(-F_4 \cdot \cos\alpha_4\right)$$

Y ekseni üzerindeki bileşenlerin toplamı

F_1 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y1} = F_1 \cdot \sin\alpha_1$

F_2 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y2} = F_2 \cdot \sin\alpha_2$

F_3 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y3} = -F_3 \cdot \sin\alpha_3$

F_4 = kuvvetinin Y ekseni üzerindeki izdüşümü $F_{Y4} = -F_4 \cdot \sin\alpha_4$

$$\sum F_Y = F_{Y1} + F_{Y2} - F_{Y3} - F_{Y4}$$

$$\sum F_Y = F_1 \cdot \sin\alpha_1 + F_2 \cdot \sin\alpha_2 + (-F_3 \cdot \sin\alpha_3) + (-F_4 \cdot \sin\alpha_4)$$

Bütün kuvvetlerin eksenler üzerindeki bileşenleri bulunup toplandıktan sonra yapılacak iş tatbik noktaları bir ve aralarındaki açı 90^0 olan iki kuvvetin bileşkesini bulmaktan ibarettir. Bu da daha önce gördüğümüz gibi

$R = \sqrt{\sum F_X^2 + \sum F_Y^2}$ denklemi ile bulunur.

Kuvvetlerin X ve Y eksenine göre izdüşümleri bulunurken işaretlerine çok dikkat etmek gerekir. Terimler bileşenlerin yönlerine göre pozitif veya negatif olarak işaretlenir. Bu

işaretlemede X ekseni üzerinde yönleri sağa doğru olan kuvvetler (+) pozitif sola doğru olanlar (-) negatif olarak Y ekseni üzerinde ise yukarı doğru olanlar (+) pozitif aşağı doğru olanlar (-) negatif olarak işaretlenir.

$$\sum F_X = (-300 \cdot \cos 60^0) + 200 \cdot \cos 30^0 + 250 \cdot \cos 45^0 + (-100 \cdot \cos 45^0)$$

$$\sum F_X = 129{,}2N$$

$$\sum F_Y = 300 \cdot \sin 60^0 + 200 \cdot \sin 30^0 + (-250 \cdot \sin 45^0) + (-100 \cdot \sin 45^0)$$

$$\sum F_Y = 112{,}4N$$

$$R = \sqrt{\sum F_X^2 + \sum F_Y^2}$$

$$R = \sqrt{(129{,}2)^2 + (112{,}4)^2}$$

R = 17,12 N bulunur.

Bileşkenin X ekseni ile yapmış olduğu açı

$$\tan \alpha_X = \frac{\sum F_Y}{\sum F_X} = \frac{112{,}4}{129{,}2} = 0{,}869$$

$\tan \alpha_X = 0{,}869 = \alpha_X = 41^0$ olur.

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1.	Kuvvetleri sınıflandırdınız mı?		
2.	Kuvvetleri vektörler şeklinde çizdiniz mi?		
3.	Hesaplamasını yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Kuvvetlerin ayrıştırılması ile oluşan kuvvetlere ……..denir. Bileşke kuvvetinin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine …….. denir.

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

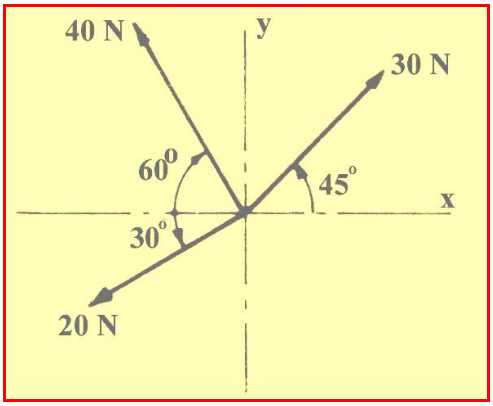
2. ( ) Bileşenler, bileşke kuvveti köşegen kabul eden paralelkenarın kenarlarına eşit vektörlerdir.

3. ( ) Lami (sinüs) teoremi dik üçgenlere ayrılamayan kuvvetlerin ayrıştırılmasında kolaylık sağlar.

4. ( ) Lami Teoremine göre, Bileşke ve Bileşen kuvvetlerin üçgeninde, kuvvetlerin karşılarındaki açıların cosinüslerine oranı sabittir.

5. ( ) İzdüşüm yöntemi, sistemdeki kuvvetleri birbirine dik x ve y koordinatları doğrultusunda ayrıştırmak için kullanılır.

6. Şekildeki kuvvet sisteminin bileşkesini ve bileşkenin X ekseni ile yapmış olduğu açıyı analitik olarak bulunuz.



DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-5

AMAÇ

Moment ve mesnet hesapları yapabileceksiniz.

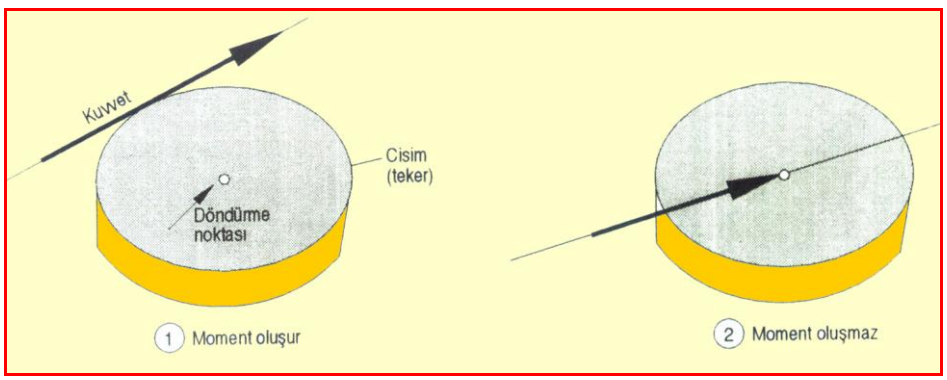
ARAŞTIRMA

- Moment nedir, nasıl hesaplanır. Çeşitli moment alma yöntemlerini araştırınız.
- Moment alma ile ilgili güncel ve somut örnekler nelerdir? araştırınız.

5. MOMENT VE MESNET TEPKİLER

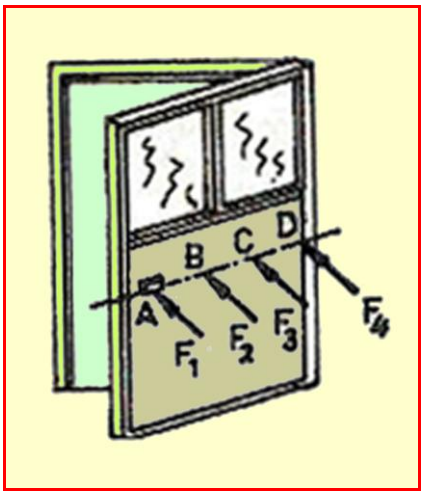
5.1. Momentin Tanımı

Kuvvetin döndürme etkisine moment denir Momentin oluşabilmesi için cisme etki eden kuvvetin doğrultusu, döndürme noktasının dışından geçmelidir Aksi halde moment oluşmaz. (Şekil 5.1) Bir momentin değeri, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvet kolunun uzunluğu çarpımı kadardır (Kuvvet kolu uzunluğu, döndürme noktasından kuvvetin doğrultusuna inilen dikmenin boyudur.).



Şekil 5.1:Moment

Şekil 5.2' görülen kapıyı, çeşitli noktalarından iterek kapatmaya çalışalım. Kapının (A) noktasında F_1 kuvveti ile rahat itilerek kapatıldığını ve menteşe etrafında döndüğünü gözleriz. B noktasında, F_2 kuvveti ile biraz zor, C noktasında daha zor, itilerek kapatıldığını anlarız. D noktasında (menteşe ekseni), ne kadar çok kuvvet uygulanırsa uygulansın kapının dönme hareketi yapmadığı ve kapanmadığını görürüz.

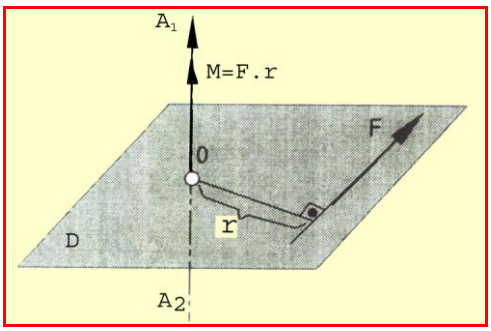


Şekil 5.2 Moment etkisi

Sonuç olarak, uygulanan kuvvetler menteşeden uzaklaştıkça kapının dönme hareketinin kolaylaştığı aksi durumda ise zorlaştığı tespit edilmektedir. Menteşeler, moment noktasından geçen eksen üzerinde olduğundan, kuvvet uygulansa da kapının dönme hareketi yapmadığı da görülmüştür. Buna göre moment olabilmesi için, kuvvet uygulanan cismin bir eksen etrafında dönmesi, gerekmektedir. Bir kuvvet, doğrultusu üzerinde kaydırılırsa da momentin değeri korunur.

5.2. Noktaya Göre Moment Alma

Kuvvetin **(F)** momenti için seçilen nokta (0), bir eksenin kuvvet düzlemini deldiği noktadır. Bu noktadan kuvvet doğrultusuna inilen dikmenin uzunluğu (r), kuvvet kolunu verir. Böylece noktaya ve eksene göre. Moment, **M0 = F•r** olur. Burada moment ekseninin kuvvet düzlemini deldiği noktaya moment merkezi denir(Şekil 5.3). Moment bir çarpım olduğundan; merkezi ya da ekseninin belirlenmesi ve iki elamanın bilinmesi gerekir. Bunlardan biri eksik olursa moment tanımlanamaz. Moment genellikle **(M)** ile gösterilir. Ancak alındığı noktayı da belirlemek için bu harfin sağ alt köşesine bir işaret konulabilir (İndis). Bir noktaya göre momentlerin toplamı da, **(Σ)** işareti ile belirtilir. Bir **(0)** noktasına göre alınan momentlerin toplamı, **(ΣMo)** şeklinde ifade edilir



Şekil 5.3Noktaya göre moment alma

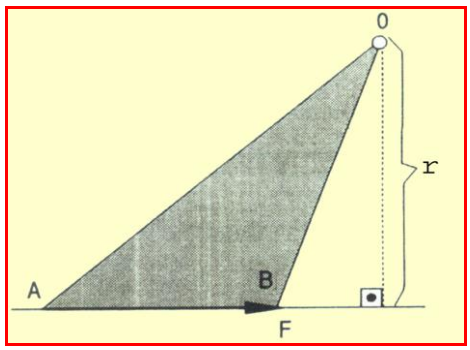
M = Moment **Nm**

F = Kuvvet **N**

r = Kuvvet kolu ise **m**

M = F•r **Nm** olur.

Kuvvet, yönlü büyüklük olduğu için, bunun bir uzaklıkla çarpımı olan moment de yönlü bir büyüklük olur. Bu nedenle moment bir vektörle gösterilebilir (Şekil 5.4.)' e dikkat edilecek olursa bir kuvvetin momenti, kuvvetin şiddeti taban ve moment merkezi de tepe noktası olmak üzere çizilen üçgen alanının iki katı kadardır. OAB üçgeninde, F kuvveti taban; r moment kolu da yüksekliktir.



Şekil 5.4 Momentin vektörel gösterimi

Üçgen alanı, $A = F \bullet r \bullet \frac{1}{2}$ m olur.

Moment, üçgen alanının iki katı olacağından.

$M = 2 \bullet \frac{F \bullet r}{2}$ Nm sonucu çıkar.

M=F•r Nm

Birimi: M=N•m=1j (SI sistemine göre)

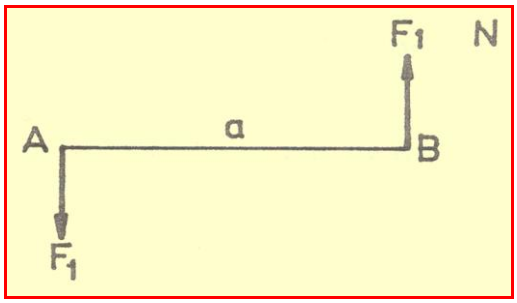
M=dyn•cm=1Erg

$1N = 10^5 dyn$

Bir düzlem üzerinde birden fazla kuvvet bulunabilir. Bunlardan bazıları saat akrebi yönünde, bazıları da ters yönde döndürme etkisi yapabilirler. Bunlarla ilgili olarak, işaretleri kendimizde seçebiliriz. Saat akrebi yönü (-) negatif, ters yönü (+) pozitif alınması alışılagelmiştir. Ancak bu bir kural değildir. Daha önce de söylenildiği gibi, yönleri arzu ettiğimiz şekilde işaretleyebiliriz. Ancak burada önemli olan yönleri başlangıçta seçip bütün problemlerde aynı şekilde kullanmaktır. Aksi halde, seçtiğimiz işaretleri problemin bir bölümünde kullanır, başka bölümünde de diğer yönleri alırsak karışıklığa ve yanlışlığa sebep olur.

5.3. Denge Sistemlerine Göre Moment Hesaplama

Ters yönlü ve birbirine paralel, aynı zaman da şiddetleri eşit kuvvetlerin meydana getirdiği sisteme "kuvvet çifti" denir(Şekil 5.5).



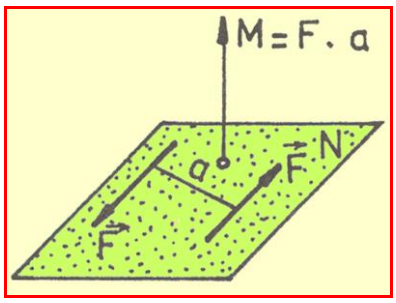
Şekil 5.5 Kuvvet çiftti

a = Kuvvet çifti kolu

N = Kuvvet çifti düzlemi

- Bir kuvvet çifti elamanları ve değerleri sabit olmak üzere, başka bir kuvvet çifti ile değiştirilebilir.
- Bir kuvvet çifti, kendi düzlemi üzerinde başka bir yere kaydırılabilir.
- Bir kuvvet çifti, bulunduğu düzleme paralel başka düzleme doğru hareket ettirilebilir

Moment vektörel bir değer olduğundan, kuvvet çiftinde moment vektörleri ile göstermek, çözümlerde önemli kolaylık sağlar. Kılavuz ile vida çekme işleminde, buji kolunun iki ucuna uygulanan kuvvetler kuvvet çiftine iyi bir örnektir. Burada kılavuzun dönüş yönü moment vektörünün dönüş yönüdür(Şekil 5.6).



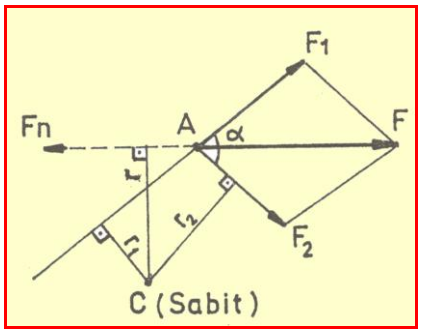
Şekil 5.6: Dönüş yönü

M=F.a

5.3.1. Bileşkenin sıfır olması şartı (Kuvvetler çokgeninin kapalı olması hali)

İki veya daha çok kuvvetlerin, herhangi bir noktaya göre momentlerinin toplamı, bu kuvvetlerin yerini tutan bileşkenin, aynı noktaya göre momentine eşittir.

Bir düzlem içerisinde bulunan iki veya daha fazla kuvvetin bu düzlem içerisindeki herhangi bir noktaya veya eksene göre momentlerinin cebirsel toplamı kuvvetlerin bileşkesinin aynı nokta veya eksene göre momentine eşittir(Şekil 5.7).



Şekil 5.7.Varignon prensibi

$F \bullet r = F_1 \bullet r_1 + F_2 \bullet r_2$

Dengede olan kuvvet sistemlerinde bileşke sıfıra eşittir. Dolayısı ile herhangi bir noktaya veya eksene göre momenti de sıfırdır. Bileşkenin momentinin sıfır olması, sistemi meydana getiren bileşenlerin aynı noktaya göre momentlerinin toplamının sıfıra eşit olması şarttır.

F=Fn (Varignon prensibi)

$\Sigma Mc = 0$ (Varignon teoremi prensibi)

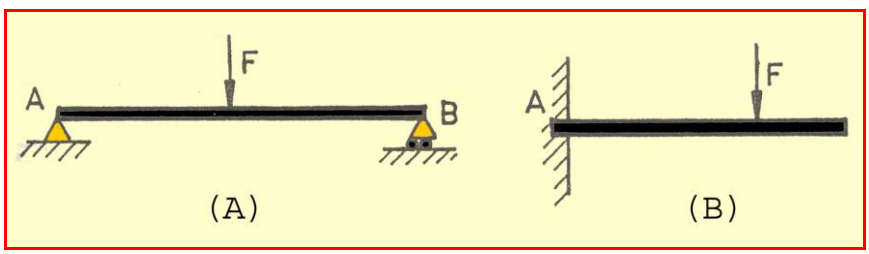
$-Fn \bullet r + F1 \bullet r1 + F2 \bullet r2 = 0$

Bu bölümden itibaren üç adet denklem kurularak, üç bilinmeyenli problemler çözülebilir.

$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M = 0$

5.4. Mesnetlerde Oluşan Kuvvetler ve Yönleri

Yatay konumda yük taşıyan elemanlara "kiriş", kirişleri taşıyan sistemlere de "mesnet"(dayanak) denir. Mesnet tepkilerinin bulunabilmesi için, mesnetlerin incelenmesi gerekir.

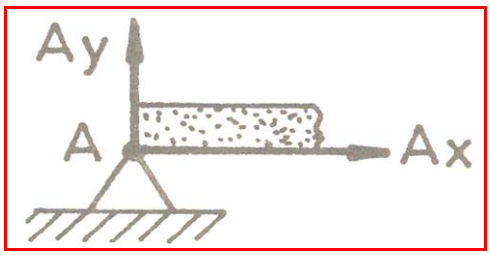


Şekil 5.8 Mesnet çeşitleri

Şekil.5.8 de (A) noktasında kirişin oturduğu dayanak, mafsallı mesnet ve (B) ucundaki dayanak ise serbest, kayan mesnet adını alır. Şekil B de ise, bir beton içine gömülmüş ucu ile diğer bölümü serbest olan kirişteki A kısmına, ankastre mesnet denir. Mesnetlerde, kirişe yapılan etki şekline göre karşı kuvvetler (tepkiler) oluşur. Statiğin temel prensipleri gereğince etki=tepki' dir.

5.4.1. Mafsallı Mesnetler

Bir pim ile sabitlenmiş olup x ve y eksenleri yönünde hareket yapamazlar. Dolayısı ile x ve y eksenleri yönünde iki kuvvet taşıyabilirler(Şekil 5.9).

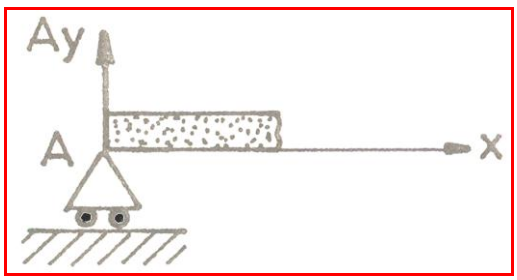


Şekil 5.9. Mafsallı mesnet

Ax ve Ay tepkilerinin yönleri, başlangıçta doğru ya da gelişigüzel seçilebilir. Kurulan ΣFx ve ΣFy = O denklemleri sonucunda değeri (+) çıkarsa yön doğru seçilmiştir. Değer (-) çıkarsa tepki yönü hatalı alınmıştır. Düzeltilerek çözüme devam edilmesi gerekir. Kısaca mesnet tepkilerinin yönleri sabit olmayıp seçilen yönlere göre değişebilir.

5.4.2. Hareketli mesnetler

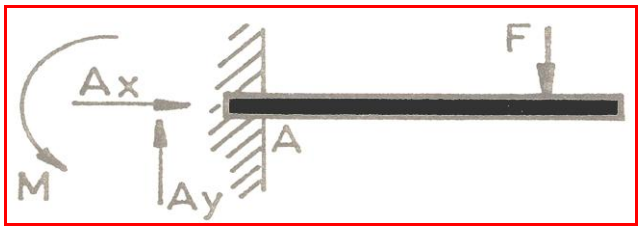
Kayar durumda olduklarından sadece düşey konumda yük taşıyabilirler. Düşey konumda ay tepkisi oluşur (Şekil 5.10). Etki şekline göre; x yönünde bir kuvvet gelirse kiriş kayar ve sistemin dengesi bozulur. Düşey konumda ay tepkisi oluşur.



Şekil 5.10 Hareketli mesnet

5.4.3. Ankastre mesnetler

Bir ucundan desteklenip diğer ucu boştadır. Dönme hareketini engelleyici ve sabitlendiği yerden çıkma durumuna göre Ax, Ay ve M tepkileri meydana gelir(Şekil 5.11).

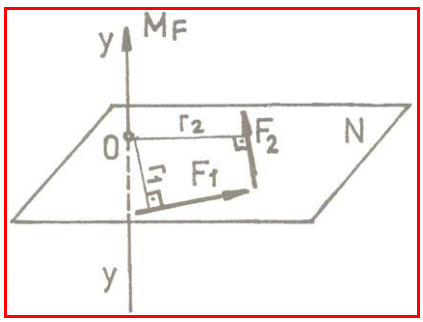


Şekil 5.11. Ankastre mesnet

Buna göre üç bilinmeyenleri vardır. Daha önce belirtilen ΣFx = O ΣFy = O ΣEM = O denklemleri kurularak çözüme gidilir.

5.5. Moment Uygulamaları

5.5.1. Dolaylı yüklere göre



Şekil 5.12 Dolaylı yüklere göre moment

N düzlemi y - y eksenine diktir. F1 ve F2 kuvvetleri N düzlemi üzerinde bulunduklarından, izdüşümleri de kendileri kadardır. Dolaylı yük olarak (O) noktasını kendi şiddetleri kadar etkilerler(Şekil 5.12).

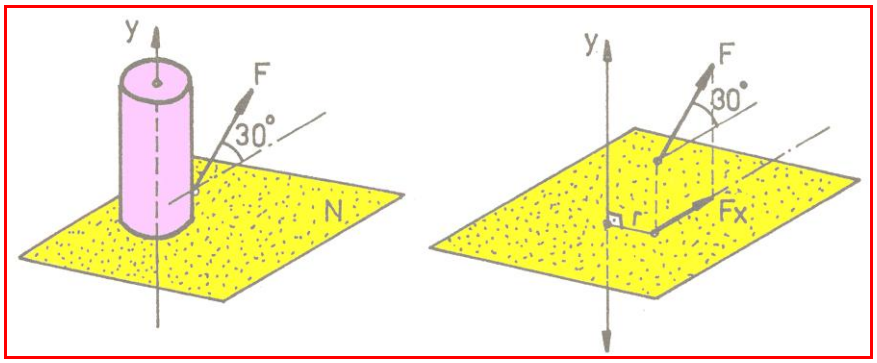
$M_F = - F_1 \bullet r_1 – F_2 \bullet r_2$

5.5.2. Açılı yüklere göre moment:

Silindir N düzlemine dik olduğundan, F kuvveti direkt olarak döndürme etkisi yapamaz. F kuvvetinin N düzlemine paralel ya da yapışık, yani iz düşümü kuvveti etkili olur(Şekil 5.13)

$F_x = F \bullet \cos\alpha$

$M_y – y = F_x \bullet r$ (y-y göre moment)



Şekil 5.13 Açılı yüklere göre moment

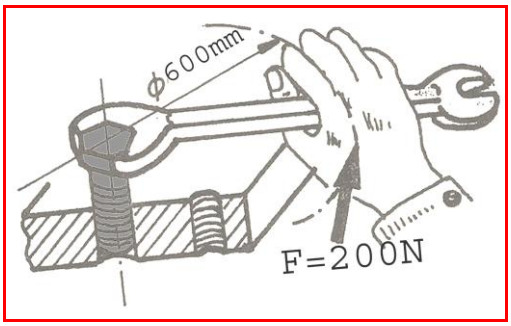
M_y –y = F•r•cos α olur.

UYGULAMA FAALİYETLERİ

Aşağıda verilen mement problemleri hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız

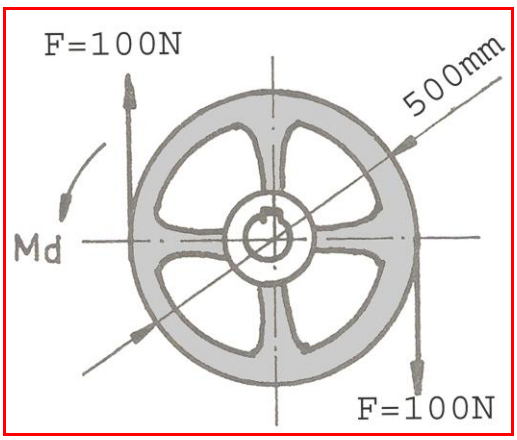
İşlem basamakları	Öneriler
➢ Sistemi inceleyiniz	➢ Doğrultu ve yönlerine göre kuvvet tipini belirleyiniz
➢ Gerektiğinde Kuvvetlerin şeklini çiziniz	➢ Gönye kullanınız
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Trigonometrik cetveli kullanınız ➢ Gerekli işlemleri yapınız.

Uygulama 1: Şekilde görülen cıvata iki ağızlı anahtar ile sıkılmaktadır. Meydana gelecek momenti bulunuz.



D = 600 mm
F = 200 N
Çözüm
D = 600 mm = 0,6m
r = 300 mm = 0,3 m
F = 200 N
Moment = Kuvvet • Kuvvet kolu
M = F • r
M = 200 • 0,3 = 60 Nm
M = 60 Nm

Uygulama 2: Şekilde görülen kasnağı döndüren 100 N şiddetindeki kuvvet çiftinin meydana getirdiği momenti bulunuz.



D = 500 mm = 0,5 m

F = 100 N

M = ?

Burada kasnak bir kuvvet çiftti tarafından zorlanıyor.

Moment = Kuvvet • Kuvvet çiftti kolu

M = 100 • 0,5 = 50 Nm

M = 50 Nm

Veya aşağıdaki yöntem kullanılarak sonuca varılır.

$$\sum M_A = 0$$

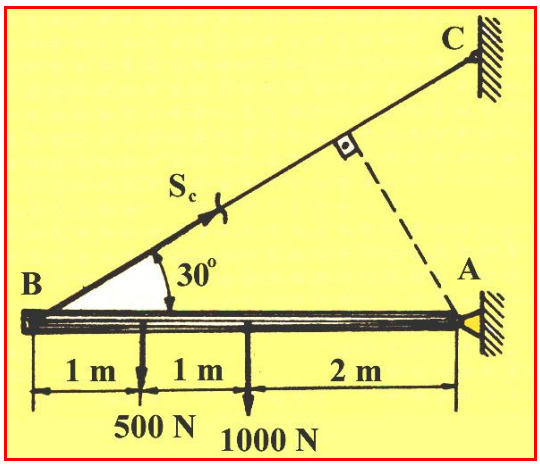
$- M_d + 0{,}25 \bullet 100 + 0{,}25 \bullet 100 = 0$

$M_d = 2 \bullet (0{,}25 \bullet 100)$

$M_d = 2 \bullet 25$

$M_d = 50$ Nm Şeklinde bulunur.

Uygulama 3: Şekil değiştirmeyen ve ağırlıksız AB çubuğu şekilde görüldüğü gibi yüklenmiştir. BC ipini geren kuvveti hesaplayınız.



Çözüm:

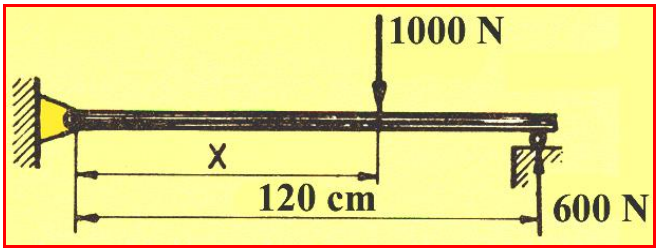
AB çubuğuna etki eden kuvvetler dengededir. Dengede olan kuvvet sisteminin herhangi bir eksene göre toplam momenti sıfırdır. Moment ekseni A' dan geçirilecek olursa:

$$\sum M_A = 0$$

$1000 \bullet 2 + 500 \bullet 3 - S_C \bullet 4 \bullet \sin 30^0 = 0$

$$S_C = \frac{2000 + 1500}{4 \cdot 0{,}5} = \frac{3500}{2} = 1750 \text{ N olur.}$$

Uygulama 4: A noktasında sürtünmesiz pimle bağlı AB çubuğunun B dayanma yerindeki aksi tesirinin 600 N. olabilmesi için 1000 N. luk kuvvet A ucundan ne kadar uzağa (x = ?) etki ettirilmelidir?



Çözüm:

AB çubuğuna etki eden kuvvetler sistemi dengededir. Bu bakımdan, herhangi bir eksene göre bu kuvvetlerin momentlerinin cebrik toplamı sıfırdır. A pimine etki eden kuvveti denkleme sokmamak için, buradan geçen bir eksene göre moment alırsak:

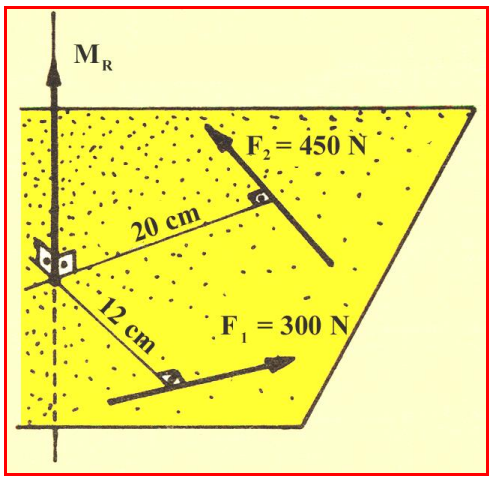
$$\sum M_A = 0$$ denkleminden

1000•X – 600•120=0

$$X = \frac{600.120}{1000} = \frac{72000}{1000}$$

X=72 cm bulunur.

Uygulama 5: Şekilde görülen kuvvetlerin y-y eksenine göre momentlerini bulunuz ve bir moment vektörü ile gösteriniz.



Çözüm:

N düzlemi y - y eksenine dik olduğu için kuvvetlerin izdüşümü kendileri kadardır. Bu sebepten momentleri, şiddetleri ile moment kolları çarpımına eşittir. Etki kuvvetin momentleri cebri toplamı bileşke momentini verir. Buna göre bileşke moment:

$M_R = F1 \bullet 12 + F_2 \bullet 20$

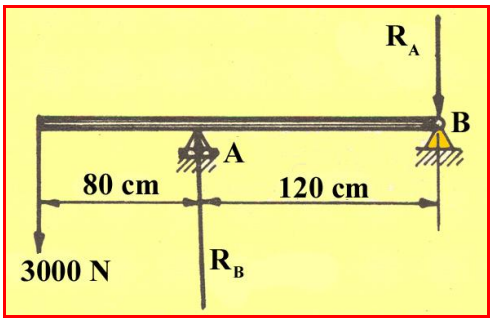
$M_R = 300 \bullet 12 + 450 \bullet 20$

$M_R = 3600 + 9000$

$M_R = 12600$ N cm = 126 Nm

Bileşke moment vektörü, kuvvetlerin bulunduğu düzleme dik ve moment ekseni üzerinde alınır. Büyüklüğü M_R kadardır. Yönü ise sağ el kuralına göre saptanır.

Uygulama 6:Şekilde görülen çubuğun B ve C mesnetlerindeki aksi tesirleri hesaplayınız.



Çözüm:

$\sum F_Y = 0$ denkleminden

$-3000 + R_A + R_B = 0$

$R_A+R_B=3000$

$\sum M_B = 0$ denkleminden

$3000 \cdot 2 - R_A \cdot 1{,}2 = 0$

$$R_A = \frac{3000 \cdot 2}{1{,}2} = 5000 \text{ N}$$

$R_A+R_B=3000$ denkleminde yerine konulursa

$R_B= 3000-R_B$

$R_B = 3000–5000$ $R_B= -2000$ N

$R_A=5000$ N yukarı doğru, $R_B=-2000$ N aşağı doğru

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri		Evet	Hayır
1.	Kuvvetleri sınıflandırdınız mı?		
2.	Kuvvetleri vektörler şeklinde çizdiniz mi?		
3.	Hesaplamasını yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Kuvvetin döndürme etkisine ……. denir.
2. Moment ekseninin kuvvet düzlemini deldiği noktaya ……..……..denir.

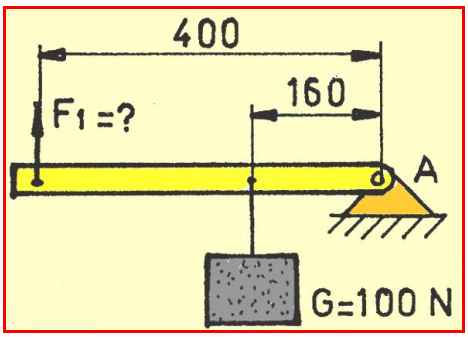
Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

3. ( ) Bir momentin değeri, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvet kolunun uzunluğu farkı kadardır.

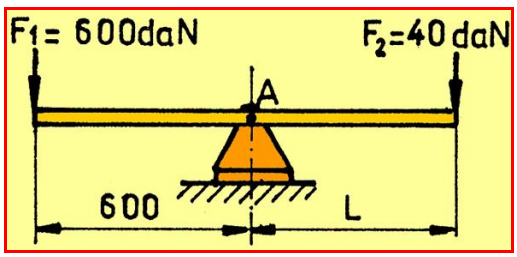
4. ( ) Bir kuvvet sistemi dengede ise bileşke sıfır olacağından momenti de sıfır olur.

5. ( ) Kuvvetlerin döndürme yönüne göre momentlerin de yönü ortaya çıkar.

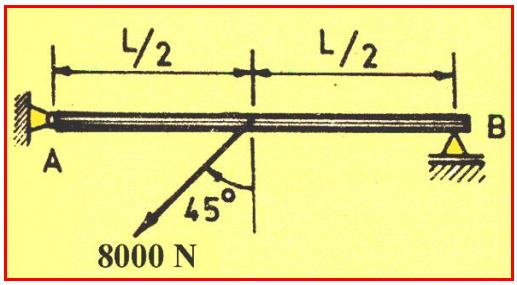
6. Şekildeki mafsallı kol sisteminde F1 kuvveti ne kadardır?



7. Şekildeki sistemde denge sağlanabilmesi için L uzunluğu kaç cm olmalıdır?



8. Bir AB çubuğuna şekilde görüldüğü gibi 8000 N luk kuvvet etki ettirilmiştir. B mesnedindeki aksi tesiri bulunuz.



DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-6

AMAÇ

Cisimlerin ağırlık merkezlerini bulma ile ilgili hesaplar yapabilmektir.

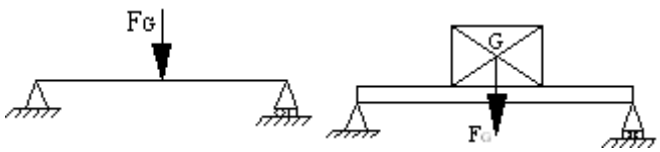
ARAŞTIRMA

- Makinecilikte ağırlık merkezlerinin kullanım alanlarını araştırınız.

6. AĞIRLIK MERKEZİ

6.1. Ağırlık Merkezinin Tanımı

Bir cismin kütlesine ait yer çekimi kuvvetinin geçtiği ve cismin her konumuna göre değişmeyen noktaya ağırlık merkezi denir.

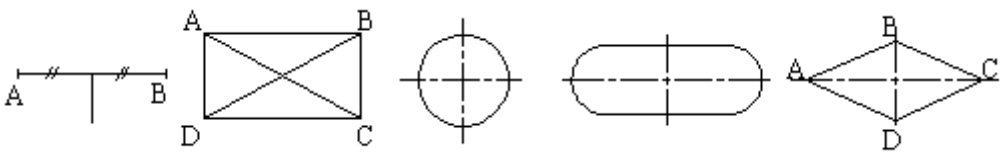


Şekil 6.1:Ağırlık merkezi

Simetrik cisimlerin ağırlık merkezleri teoremi

- Simetri merkezi bulunan şekillerin (çizgi, yüzey, hacim) ağırlık merkezi simetri merkezi üzerindedir.
- Simetri ekseni bulunan şekillerin ağırlık merkezi, simetri ekseni üzerindedir.
- Bir yüzey bir çapa sahipse ağırlık merkezi, o çap üzerindedir.
- Bir hacmin çap düzlemi varsa ağırlık merkezi, o çap düzlemi üzerinde bulunur.

Bu teoreme göre; bir doğru parçasının ağırlık merkezi ortasında, kürenin, dairenin, elipsin ağırlık merkezleri geometrik merkezlerde, karenin, dikdörtgenin, eşkenar dörtgenin ağırlık merkezleri simetri eksenlerinin kesim noktalarında bulunur.



Şekil 6.2. Simetrik cisimlerin ağırlık merkezleri

6.2. Ağırlık Merkezini Bulmak

6.2.1. Analitik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak

Cisimler üç boyutlu olduklarından ağırlık merkezi uzaydaki yerini x, y ve z koordinatlarına göre belirlemek gerekir. Ancak cismin; simetri düzleminin, simetri ekseninin veya simetri noktasının olması halinde üç koordinatın hesaplanmasına gerek yoktur.

Simetrisi ve homojenliği olmayan cisimlerde ağırlık merkezi, yoğun olan tarafa kayar. Ağırlık merkezi bulunurken homojen cismin geometrik şekli dikkate alınır. Buna göre:

Çizgilerin ağırlık merkezi; Tel çubuk gibi cisimlerin ağırlık merkezi, çizgilerin ağırlık merkezine göre hesaplanır.

Yüzeylerin ağırlık merkezi; Saç, levha, ince plaka gibi cisimlerin ağırlık merkezi yüzeylerin ağırlık merkezine göre hesaplanır.

- Yüzeyi oluşturan düzgün yüzeylerin alanları (A_1, A_2) bulunur.
- Alanlar ağırlık merkezlerinin y eksenine uzaklığı ile çarpılarak toplanır ($A_1 \bullet x_1 + A_2 \bullet x_2$).
- Bulunan toplam değer bileşke yüzeyinin alanına ($A_1 + A_2$) bölünürse ağırlık merkezinin x uzaklığı bulunur.
- Aynı işlem x eksenine göre yapılarak y uzaklığı bulunur.

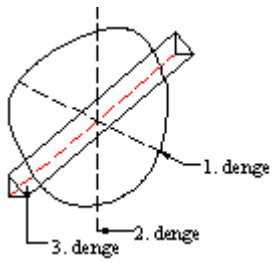
$$\mathbf{X_0} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$\mathbf{Y_0} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

Hacimlerin ağırlık merkezi; Cismin üç boyutu dikkate alınarak ağırlık merkezi hesaplanır.

6.2.2. Grafik Metotla Ağırlık Merkezini Bulmak

- Asma Metodu: Cisim bir ip ile asılacak olursa, ipin doğrultusu ile ağırlık merkezinin geçtiği doğru aynı olur.

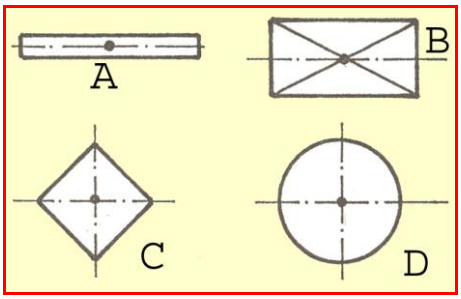


Şekil 6.3. Asma metodu

- Denge Metodu: Cisim bıçak gibi bir mesnet üzerinde dengelenirse, bu doğru ağırlık merkezinden geçer.
- Basınç Metodu:Bir cisim üzerindeki küçük bir alana etki eden kuvvete ani kuvvet, geniş bir alana etki eden kuvvete yayılmış kuvvet denir ve birçok paralel ani kuvvetlerin bileşkesidir. Bileşke merkezi

6.3. Yüzeylerin Ağırlık Merkezinin Bulunması

6.3.1. Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

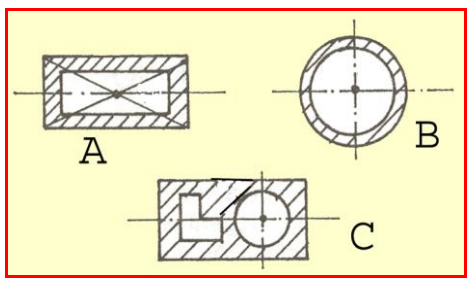


Şekil 6.4. Düzgün yüzeyler

İnce düzgün bir çubuğun ağırlık merkezi, çubuğun ortasıdır. Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgenin ağırlık merkezi, köşegenlerinin kesim noktasıdır. Dairenin ise, merkezidir. Düzgün yüzeylerde ağırlık merkezi, simetri ekseni üzerindedir (Şekil 6.4).

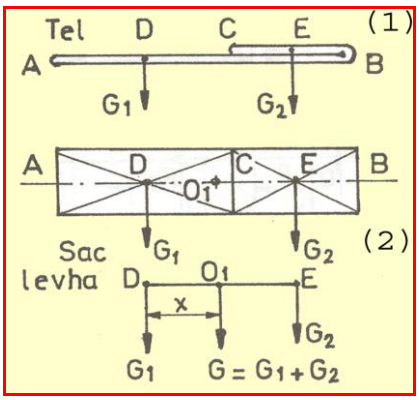
6.3.2. İçi Boş Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

İçi boş yüzeyler, düzgün şekilde ise ağırlık merkezleri yine köşegenlerin kesim noktası ya da dairenin merkezidir. Ağırlık merkezinin uygulama noktası, simetri ekseni üzerindedir. Ancak bu nokta boş kısımda kalır. Hayali olarak bu noktadan etki yapılıyormuş gibi düşünülür. İçi boş yüzeylerde boşaltılan kısımlar simetrik değilse, ağırlık merkezi grafik ve analitik metotlarla bulunur. Ancak, boşaltılan kısımlar denklemde, negatif (-) olarak işaretlenir. Ağırlık merkezi ise, dolu kısma doğru kayar(şekil 6.5).



Şekil 6.5: İçi boş yüzeyler

6.3.3. Üst Üste Katlanmış Yüzeylerin Ağırlık merkezini Bulmak



Şekil 6.6. Katlanmış yüzeyler

Katlanmış cisimler, tel ya da sac levha olabilir(Şekil 6.6). Düzgün ve içi boş yüzeylerde, yüzey alanı esas alınabiliyordu. Burada ise, katlanan bölgede ağırlık farkı meydana gelir. Dolayısı ile yüzey değil, cismin ağırlığının esas alınması daha doğru olur. Çözüm, paralel kuvvetlerin bileşkesinin bulunması şeklindedir. Grafik ve analitik çözüm uygulanabilir. Pratik olarak, katlanmış yüzeyler, vektörel olarak bir çizgi ile ifade edilerek şu denklem kurulabilir;

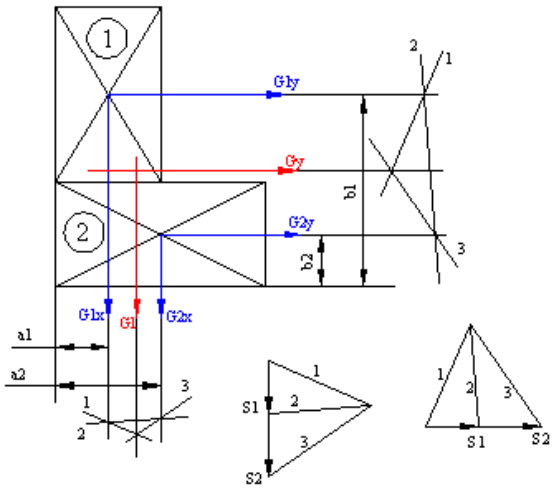
$G_1 \bullet D0_1 = G_2 \bullet E0_1$

6.3.4. Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

Bileşik yüzeyler; belli geometrik şekle sahip yüzeylerin birleştirilmesi sonucu meydana gelir. Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi bulunurken, şekil basit ve düzgün yüzeylere ayrılır Her yüzeyin ağırlık merkezi bilinen metotla işaretlenir. Grafik olarak, finüküler çokgeni uygulanır. Analitik olarak Varignon Teoremi uygulanır.

6.3.4.1. Grafik Yöntemle Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak

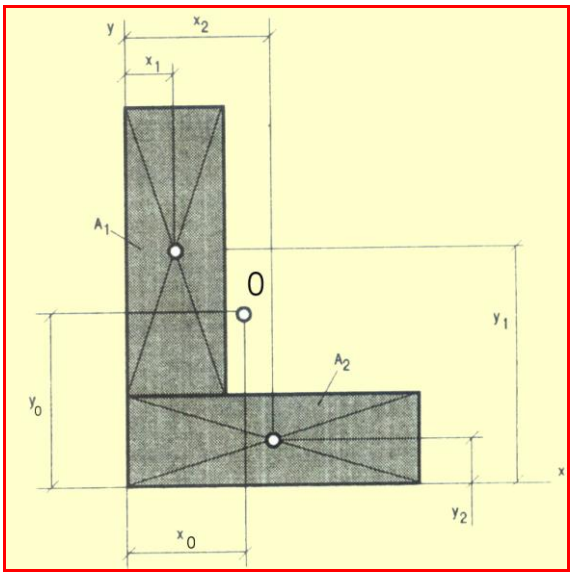
Bazı basit yüzeylerin ağırlık merkezleri onların geometrik merkezleridir. Düzgün olmayan veya birleşik yüzeylerin ağırlık merkezleri grafik olarak aşağıdaki yola göre bulunur(Şekil 6.7).



Şekil 6.7. Grafik yöntemle ağırlık merkezinin bulunması

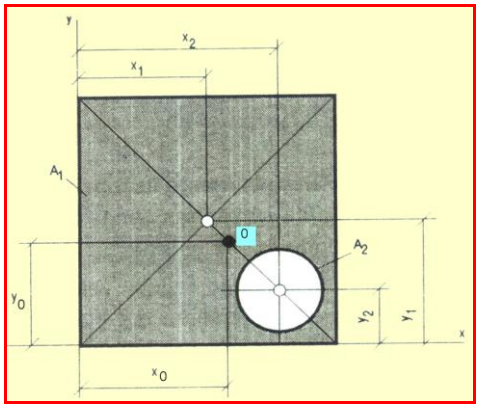
- Ağırlık merkezi bulunacak düzlemsel yüzey basit yüzeylere ayrılır. Ağırlık merkezleri işaretlenir.
- Her basit yüzeyin alanı ile doğru orantılı kuvvetler seçilir.
- Seçilen bu kuvvetler birbirine paralel olacak şekilde ait oldukları merkezlere uygulanır.
- Bu kuvvetlerin bileşke si ve doğrultusu herhangi bir geometrik metotla bulunur. (Şekil 6.7) de finüküler metodu uygulanmıştır.
- Basit yüzeylerin alanları ile doğru orantılı olan kuvvetlerin tatbik noktalan ve şiddetleri değişmeden eski doğrultusu ile herhangi bir açı kadar döndürülür.**(**Örnekte 90° döndürülmüştür).
- Bileşkeleri ve bileşkenin doğrultusu tekrar bulunur.
- İki bileşke doğrultusunun kesişme yeri aranan ağırlık merkezidir

6.3.4.2. Analitik Yöntemle Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezini Bulmak



Şekil 6.8: Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi analitik yöntem

$$\mathbf{X_0} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} \qquad \mathbf{Y_0} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$



Şekil 6.9: İçi Boş yüzeylerin ağırlık merkezi analitik yöntem

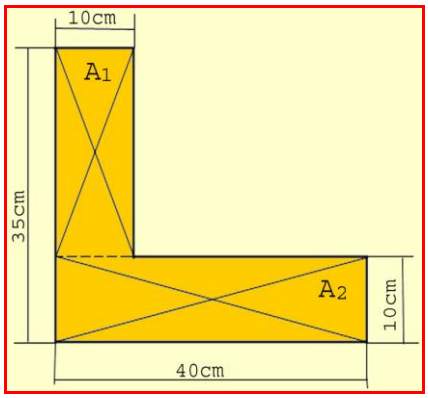
$$\mathbf{X_0} = \frac{A_1 \cdot x_1 - A_2 \cdot x_2}{A_1 - A_2} \qquad \mathbf{Y_0} = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2}$$

UYGULAMA FAALİYETLERİ

Aşağıda verilen ağırlık merkezi bulma problemlerini hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Sistemi inceleyiniz	➢ Ağırlık merkezini bulacağınız şekli inceleyiniz.
➢ Gerektiğinde sistemin şeklini çiziniz	➢ Çizim araç gereçleri kullanınız.
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Gerekli işlemleri yapınız.

Uygulama 1:Şekildeki, parçanın ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.



Çözüm:

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2}$$

X_1= 5 cm X_2 =20cm Y_1= 22,5 cm Y_2 = 5cm

A_1 =250 cm^2 A_2 = 400cm^2 A_1 = 250 cm^2 A_2 = 400 cm^2

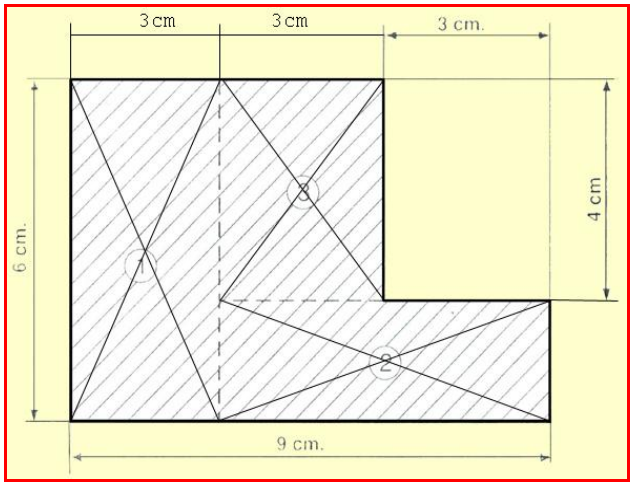
$$X_0 = \frac{250 \cdot 5 + 400 \cdot 20}{250 + 400} = \frac{1250 + 8000}{650}$$

$$Y_0 = \frac{250 \cdot 22{,}5 + 400 \cdot 5}{250 + 400} = \frac{6375 + 2000}{250 + 400}$$

$$X_0 = \frac{9250}{650} \qquad Y_0 = \frac{8375}{650}$$

$$X_0 = 14{,}23 cm \qquad Y_0 = 12{,}88\ cm$$

Uygulama 2: Şekildeki üst üste katlanmış parçanın ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.



Çözüm:

Taralı alanın ağırlık merkezi koordinatları bulunacaktır.

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$X_1 = 1{,}5$ cm $\quad X_2 = 6$ cm $\quad X_3 = 4{,}5$ cm

$A_1 = 3 \bullet 6 = 18\ cm^2 \quad A_2 = 2 \bullet 6 = 12\ cm^2 \quad A_3 = 3 \bullet 4 = 12\ cm^2$

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$X_0 = \frac{18 \cdot 1{,}5 + 12 \cdot 6 + 12 \cdot 4{,}5}{18 + 12 + 12} = \frac{27 + 72 + 54}{42}$$

$$X_0 = \frac{153}{42} \qquad X_0 = 3{,}64\,\text{cm}$$

$Y_1 = 3$ cm $\qquad Y_2 = 1$ cm $\qquad Y_3 = 4$ cm

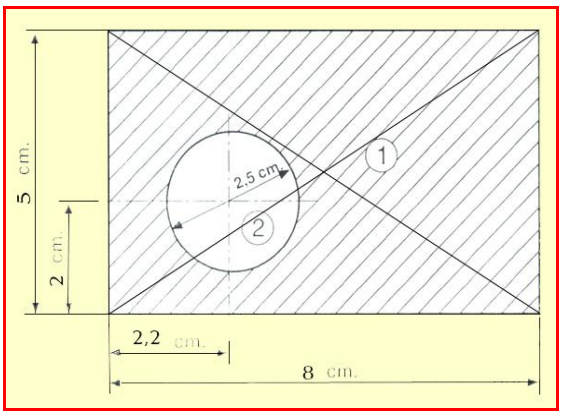
$A_1 = 3 \bullet 6 = 18\ \text{cm}^2 \qquad A_2 = 2 \bullet 6 = 12\ \text{cm}^2 \qquad A_3 = 3 \bullet 4 = 12\ \text{cm}^2$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$Y_0 = \frac{18 \cdot 3 + 12 \cdot 1 + 12 \cdot 4}{18 + 12 + 12 +} = \frac{54 + 12 + 48}{42}$$

$$Y_0 = \frac{114}{42} \qquad Y_0 = 2{,}71\ \text{cm}$$

Uygulama 3: Şekildeki içi boşaltılmış parçanı ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.



$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 - A_2 \cdot X_2}{A_1 - A_2}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 - A_2 \cdot Y_2}{A_1 - A_2}$$

Çözüm:

$X_1 = 4$ cm $\qquad X_2 = 2{,}2$ cm

$A_1 = 5 \bullet 8 = 40\ cm^2 \qquad A_2 = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 6{,}25}{4} = \dfrac{19{,}62}{4} = 4{,}9\ cm^2$

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1 - A_2 \cdot X_2}{A_1 - A_2}$$

$$X_0 = \frac{40 \cdot 4 - 4{,}9 \cdot 2{,}2}{40 - 4{,}9} = \frac{160 - 10{,}78}{35{,}1} = \frac{149{,}22}{35{,}1}$$

$X_0 = 4{,}25$ cm $\qquad Y_1 = 2{,}5$ cm $\qquad Y_2 = 2$ cm

$A_1 = 5 \bullet 8 = 40\ cm^2 \qquad A_2 = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \cdot 6{,}25}{4} = \dfrac{19{,}62}{4} = 4{,}9\ cm^2$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1 - A_2 \cdot Y_2}{A_1 - A_2}$$

$$Y_0 = \frac{40 \cdot 2{,}5 - 4{,}9 \cdot 2}{40 - 4{,}9} = \frac{100 - 9{,}8}{35{,}1} = \frac{90{,}2}{35{,}1}$$

$Y_0 = 2{,}56$ cm

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Sistemi incelediniz mi?		
2. Gerektiğinde Kuvvetlerin şeklini çizdiniz mi?		
3. Hesaplamaları yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda "Hayır" şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız "Evet" ise "Ölçme ve Değerlendirme"ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcükleri yazınız.

1. Bir cismin kütlesine ait yer çekimi kuvvetinin geçtiği ve cismin her konumuna göre değişmeyen noktaya …….…….. denir.

2. Cisimler üç boyutlu olduklarından ağırlık merkezi uzaydaki yerini …, ….. ve… Koordinatlarına göre belirlemek gerekir.

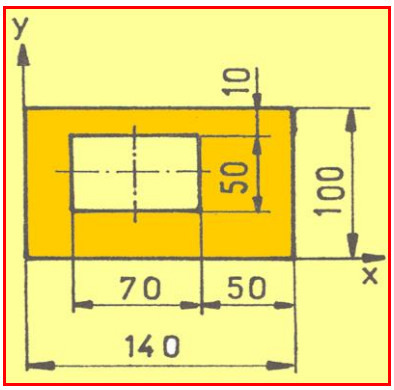
3. Bir kütleye ait ağırlığın, bulunduğu etki noktasına ……..……. denir.

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

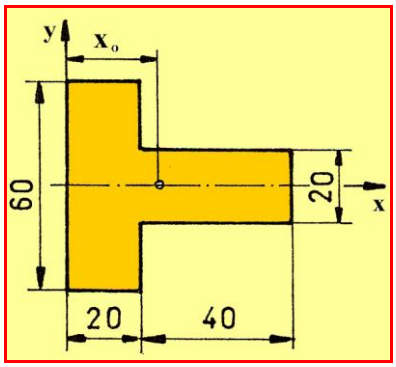
4. ( ) Köşegenlere göre eşit parçalara ayrılabilen yüzeylerin ağırlık merkezi, bu köşegenlerin kesiştiği noktadır.

5. (…)Bir cisim, ağırlık merkezinden asıldığı her konumda dengededir.

6. Şekildeki bileşik yüzeyin ağırlık merkezini analitik yöntemle(X0) bulunuz (Ölçüler cm olarak alınacak).



5. Şekilde görüldüğü gibi dikdörtgen levhadan 50•70 cm ölçülerindeki kısım çıkartılmıştır. Meydana gelen şeklin ağırlık merkezini analitik metotla bulunuz (Ölçüler cm olarak alınacak)**.**



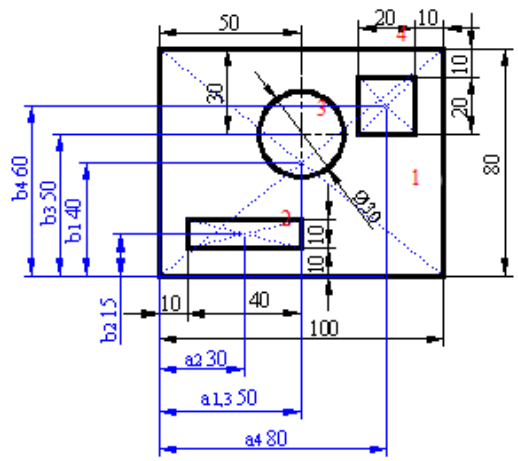
DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru "Modül Değerlendirme"ye geçiniz.

MODÜL DEĞERLENDİRME

Aşağıda şekli verilen parçanın ağırlık merkezini analitik yöntemle bulunuz verilen ağırlık merkezi bulma problemini hesaplamak için aşağıdaki uygulamaları yapınız

İşlem basamakları	Öneriler
➢ Sistemi inceleyiniz ➢	➢ Ağırlık merkezini bulacağınız şekli inceleyiniz.
➢ Gerektiğinde sistemin şeklini çiziniz	➢ Çizim araç gereçleri kullanınız.
➢ Hesaplamasını yapınız	➢ Gerekli işlemleri yapınız.



$S_1 = 100 \times 80 = 8000\ mm^2$

$S_2 = 40 \times 10 = 400\ mm^2$

$S_3 = 3,14 \times 15^2 = 706,5 mm^2$

$S_4 = 20 \times 20 = 400\ mm^2$

$a_1 = 50\ mm \quad b_1 = 40\ mm$

$a_2 = 30\ mm \quad b_2 = 15\ mm$

$a_3 = 50\ mm \quad b_3 = 50\ mm$

$a_4 = 80\ mm \quad b_5 = 60\ mm$

$$Y = \frac{S_1 x b_1 - (S_2 x b_2 + S_3 x b_3 + S_4 x b_4)}{S_1 - (S_2 + S_3 + S_4)} \qquad X = \frac{S_1 x a_1 - (S_2 x a_2 + S_3 x a_3 + S_4 x a_4)}{S_1 - (S_2 + S_3 + S_4)}$$

$$Y = \frac{8000x50 - (400x30 + 706,5x50 + 400x80)}{8000 - 1506,5} \qquad X = \frac{8000x50 - (400x30 + 706,5x50 + 400x80)}{8000 - (400 + 706,5 + 400)}$$

Y = 39,21mm

$$X = \frac{400000 - (12000 + 35325 + 32000)}{8000 - 1506,5}$$

X = 49,38mm

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri Evet, kazanamadığınız becerileri Hayır kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Hayır
1. Sistemi incelediniz mi?		
2. Gerektiğinde Kuvvetlerin şeklini çizdiniz mi?		
3. Hesaplamaları yaptınız mı?		

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki modüle geçmek için öğretmeninize başvurunuz.

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ–1'İN CEVAP ANAHTARI

1	**Doğru**
2	**Doğru**
3	**Yanlış**
4	**Yanlış**
5	**Doğru**

ÖĞRENME FAALİYETİ–2'NİN CEVAP ANAHTARI

1	**Kuvvet**
2	**Şiddeti, Doğrultusu, yönü, Uygulama noktası**
3	**Kilogramkuvvet kgf**
4	**Doğrultusu büyüklüğü**
5	**Doğru**

ÖĞRENME FAALİYETİ–3'NİN CEVAP ANAHTARI

1	**Doğru**
2	**Yanlış**
3	**Paralelkenarın uygulama noktasıdır.**
4	**α = 90°**
5	**Bileşkeyi**
6	**a) R= 860,2 N b) 35°**

ÖĞRENME FAALİYETİ–4'ÜN CEVAP ANAHTARI

1	**Bileşen, bileşen kuvvet**
2	**Doğru**
3	**Doğru**
4	**Yanlış**
5	**Doğru**
6	**R = 48,6 N** $\theta_X = 70^0$

ÖĞRENME FAALİYETİ–5'İN CEVAP ANAHTARI

1	**Moment**
2	**Moment merkezi**
3	**Yanlış**
4	**Doğru**
5	**Doğru**
6	**F1 = 40 N**
7	**L=90 cm**
8	**RB= 282,8 N**

ÖĞRENME FAALİYETİ–6'NIN CEVAP ANAHTARI

1	**Ağırlık merkezi**
2	**x, y, z**
3	**Basınç merkezi**
4	**Doğru**
5	**Doğru**
6	**X0=2,2cm**
7	**X0 =7,5cm Y0 =4,5cm**

KAYNAKÇA

- ASLAN Mehmet, **Cisimlerin Dayanımı**, İstanbul,1998.
- BAYVAS M. Şevki, **Genel Mekanik**, Ankara, 1978.
- BAYVAS M. Şevki, **Genel Mekanik,** İstanbul,1966.
- BAYVAS M. Şevki, **Cisimlerin Dayanımı**, Ankara, 1974.
- CURUN Nurettin, **Cisimlerin Dayanımı,** Ankara, 1981.
- ÇETİNKAYA Selim, BALCI Mustafa, **Standart Birimler**, Yüksek Teknik Öğretmen Okulu Matbaası, 1979.
- DURKAL Dursun, **Cisimlerin Dayanımı,** İstanbul, 1998.
- ERASLAN N, **Teknik Mekanik**, Teknik Okul Yayınları, 1960.
- ÖZKARA Hamdi, **Cisimlerin Dayanımı,** Ankara, 2000.
- ÖZKARA Hamdi, **Mekanik**, Ankara, 2000.
- TSE, DIN, ISO **Standartları ve Çeşitli Makine Katalogları.**